دفترچه پاسخ

آزمون ۲ آبان ۱۴۰۴

اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی‌پایه	امیرحسین ابومحبوب-شاهین پروازی-سعید تن‌آرا-احمد حسن‌زاده‌فرد-روح‌اله حسنی-افشین خاصه‌خان-طاهر دادستانی احمدرضا ذاکرزاده-مریم زارعی-حسین صنمی-حمید علیزاده-حامد قاسمیان-کیان کریمی‌خراسانی-یاسین کشاورزی‌هرات رضا ماجدی-حامد معنوی-علیرضا ندافزاده-غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام
	هندسه و آمارورياضيات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-عباس الهی-رضا توکلی-روح‌اله حسنی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-افشین خاصه‌خان محمد خندان-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-علیرضا شریف‌خطیبی-احمدرضا فلاح-حامد قاسمیان-نیلوفر مهدوی
	فیزیک	مهران اسماعیلی-حسین الهی-علی برزگر-علیرضا جباری-محمدرضا خادمی-علی خلیلی-مسعود خندانی رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش-مهدی شریفی-مصطفی کیانی-محمدکاظم منشادی-محمدرضا نصیری-ابوالفضل نکومنشی‌نژاد مجتبی نکوئیان
	شیمی	مبین احمدی-امیرعلی بیات-محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-محمدرضا جمشیدی-امیر حاتمیان-ندا حسین‌پورمقدم پیمان خواجوی‌مجد-یاسر راش-روزبه رضوانی-احسان روستایی-مبینا سیدحسینی-حسین شاهسواری-رسول عابدینی‌زواره محمد عظیمیان‌زواره-امیرمحمد کنگرانی-محسن مجنونی-مجتبی محجوب-فرشید مرادی-هادی مهدی‌زاده-مهرشاد میرزامحمدی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ وریاضی‌پایه	هندسه	آمارو ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کیان کریمی‌خراسانی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	یاسر راش
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی یاسین کشاورزی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	حسین بصیرترکمبور زهره آقامحمدی	مهشید نیازی امیرعلی بیات
ویراستاری رتبه های برتر	امید بهزادپور امیرحسین کردباغ	کامیار حقیقت‌دوست محمدپارسا سبزه‌ای	کامیار حقیقت‌دوست محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی	کامیار حقیقت‌دوست فرزاد حلاج‌مقدم
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	محمد خندان	محمد خندان	حسام نادری	مجتبی محجوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران(مستندسازی)	معصومه صنعت‌کار-مهسا محمدنیا-احسان میرزینلی-فرشته کمبرانی-سجاد سلیمی			سجاد بهارلویی احسان صادقی	پریا اقبالی محسن دستجردی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری — مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

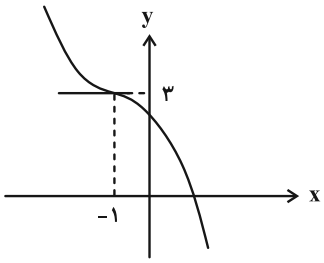
حسابان ۲

۱- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا نداف‌زاده)*

ضابطهٔ تابع f را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$f(x)=-(x^3+3x^2+3x)+2=-[(x+1)^3-1]+2$$

$$f(x)=-(x+1)^3+3$$



نمودار از ناحیهٔ سوم عبور نمی‌کند.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۲ تا ۵، ۱۳ و ۱۴)

(مشابه سوال ۴۴ کتاب پرتکرار حسابان (۲))

۲- **گزینهٔ «۲»** *(سعید تن‌آرا)*

با توجه به دامنهٔ g، درمی‌یابیم که نمودار g از انتقال یک واحدی نمودار f به سمت راست حاصل شده است. بنابراین $k=-1$. در نتیجه:

$$g(x)=(2-(-1))f(x-1)=3f(x-1)$$

لذا عرض نقاط g از ۳ برابر کردن عرض نقاط f به دست می‌آید؛ بنابراین:

$$R_g=[0\times 3\ ,\ 4\times 3]=[0\ ,12]$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۳ و ۷)

۳- **گزینهٔ «۴»** *(کیان کریمی‌خراسانی)*

پس از ضرب کردن دو پرانتز داریم:

$$f(x)=x^5+4x^3+2x^2+8+ax^n$$

اگر $a=-1$ و $n=5$ باشند، آن‌گاه جملهٔ درجهٔ ۵ حذف می‌شود.

در نتیجه: $a+n=4$

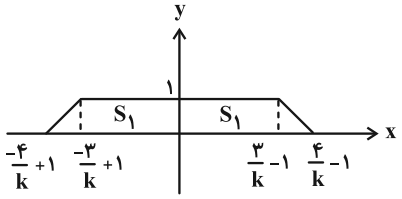
(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(مشابه سوال ۳۷ (الف) کتاب پرتکرار حسابان (۲))

۴- **گزینهٔ «۴»** *(جهانبخش نیکنام)*

مساحت بین نمودار تابع f و محور xها برابر است با: $\frac{1}{2}(3+7)\times 1=5$

نمودار تابع $y=f(k(|x|+1))$ به صورت زیر است که در آن، محور yها محور تقارن می‌باشد:



$$S=2S_1=2(\frac{1}{2}(\frac{7}{k}-2)\times 1)=\frac{7}{k}-2$$

طبق فرض: $\frac{7}{k}-2=\frac{5}{2}\Rightarrow\frac{7}{k}=\frac{9}{2}\Rightarrow k=\frac{14}{9}$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

۵- **گزینهٔ «۲»** *(مریم زارعی)*

تابع $f=\{(2\ ,\ 6c-10)\ ,\ (0\ ,\ 2c)\ ,\ (4\ ,\ -2c+2)\}$ اکیداً نزولی است، یعنی:

$$0<2<4\Rightarrow f(0)>f(2)>f(4)\Rightarrow 2c>6c-10>-2c+2$$

$$\Rightarrow\begin{cases}6c-10<2c\Rightarrow 4c<10\Rightarrow c<\frac{5}{2}\\ 6c-10>-2c+2\Rightarrow 8c>12\Rightarrow c>\frac{3}{2}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{3}{2}<c<\frac{5}{2}$$

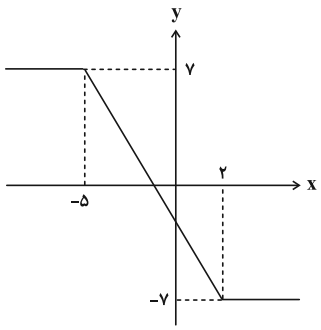
پس گزینهٔ «۲» صحیح است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

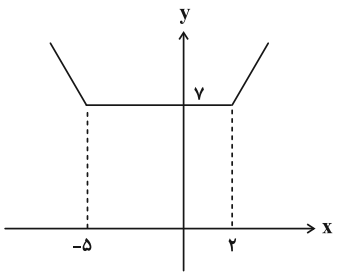
۶- **گزینهٔ «۴»** *(حامد قاسمیان)*

نمودار توابع را در هر گزینه رسم می‌کنیم:

۱) درست:

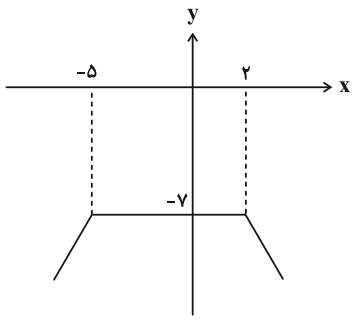


۲) درست:

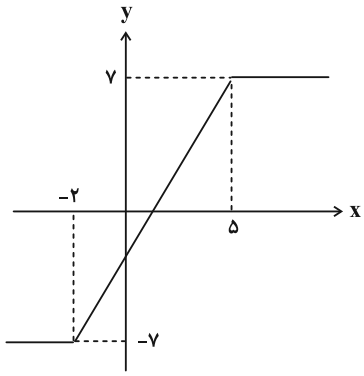


www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۳) درست:



۴) نادرست:



نمودار گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ در بازه‌های مذکور، اکیداً نزولی هستند ولی فقط نمودار گزینهٔ ۴ در بازهٔ مذکور اکیداً صعودی است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۷- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

فرض کنید نقطهٔ $A'=(a,b)$ روی تابع g متناظر با نقطهٔ $A=(-۲,۱)$ روی تابع f باشد. در این صورت داریم:

$$\begin{cases}\frac{۱}{۳}a-۱=-۲\Rightarrow a=-۳\\ b=۲(۱)+۱=۳\end{cases}$$

در نتیجه $a+b=۰$.

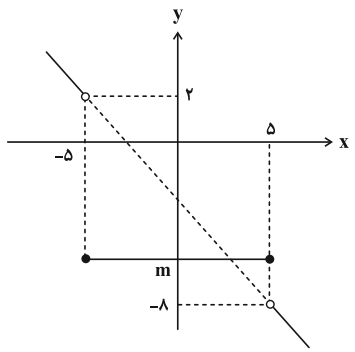
(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

(مشابه سوال ۳ نوبت دی ۱۴۰۳)

۸- **گزینهٔ «۱»** *(حمید علیزاده)*

نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:

$$f(x)=\begin{cases}-x-۳ & x<-۵ \text{ یا } x>۵\\ m & -۵\le x\le ۵\end{cases}$$



با توجه به نمودار رسم شده، اگر $m\in[-۸,۲]$ باشد آن‌گاه تابع f در $\mathbb{R}$ نزولی است و داریم:

$$\begin{cases}a=-۸\\ b=۲\end{cases}\Rightarrow b-a=۱۰$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹- **گزینهٔ «۲»** *(طاهر دارستانی)*

$$f(x)=\sqrt{۱-x}+x^۲-۲x+۳\Rightarrow ۱-x\ge ۰\Rightarrow x\le ۱$$

به ازای $x\le ۱$ تابع f از جمع دو تابع اکیداً نزولی $y=\sqrt{۱-x}$ و $y=x^۲-۲x+۳$ تشکیل شده است. پس f اکیداً نزولی است. پس داریم:

$$y=\sqrt{f(۳x-۱)-f(۱-۲x)}\Rightarrow f(۳x-۱)-f(۱-۲x)\ge ۰$$

$$\Rightarrow f(۳x-۱)\ge f(۱-۲x)\xrightarrow{f\text{ اکیداً نزولی}}۳x-۱\le ۱-۲x$$

$$\Rightarrow x\le\frac{۲}{۵}\qquad (۱)$$

دامنهٔ تابع f، $(-\infty,۱]$ است پس دامنهٔ توابع $f(۳x-۱)$ و $f(۱-۲x)$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}۳x-۱\le ۱\Rightarrow x\le\frac{۲}{۳} & (۲)\\ ۱-۲x\le ۱\Rightarrow x\ge ۰ & (۳)\end{cases}$$

از اشتراک (۱)، (۲) و (۳) دامنهٔ تابع g بازهٔ $[۰,\frac{۲}{۵}]$ است.

و در نتیجه:

$$۵b-۴a=۲-۰=۲$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۰- **گزینهٔ «۱»** *(حسین صنمی)*

برای یکنوا بودن f باید شیب خطوط قبل و بعد ریشهٔ داخل قدرمطلق هم‌علامت باشند، پس:

$$(۳+a)(۳-a)>۰\Rightarrow -۳<a<۳\quad ,\quad a\neq ۰$$

نمودار تابع g به صورت یک سهمی است که در $x=-\frac{۱}{a}$ نسبت به محور xها قرینه می‌شود. با توجه به این‌که یکنوایی تابع درجه دوم در رأس آن تغییر می‌کند، طول رأس این سهمی باید برابر $-\frac{۱}{a}$ باشد.

$$۰<a<۳: g(x)=\begin{cases}(ax+۱)(bx+۱) & x>-\frac{۱}{a}\\ -(ax+۱)(bx+۱) & x<-\frac{۱}{a}\end{cases}$$

$$y=abx^۲+(a+b)x+۱\xrightarrow{\text{طول رأس سهمی }=-\frac{۱}{a}}$$

$$\frac{-(a+b)}{۲ab}=-\frac{۱}{a}\Rightarrow a+b=۲b\Rightarrow a=b$$

برای $-۳<a<۰$ هم مشابه $۰<a<۳$ نتیجه می‌شود $a=b$. بنابراین:

$$a+b=۲a\Rightarrow ۲a\in(-۶,۶)-\{۰\}\Rightarrow \underbrace{-۵,\ldots,-۱,۱,\ldots,۵}_{۱۰\text{ مقدار}}$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

ریاضی ۱

۱۱- **گزینهٔ «۴»** *(روح‌اله حسنی)*

داریم: $\sin^2\theta = 1-\cos^2\theta = (1-\cos\theta)(1+\cos\theta)$

$$\Rightarrow \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} = \frac{1-\cos\theta}{\sin\theta} \quad (*)$$

بنابراین: $\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \cot\theta = 1/5 \xrightarrow{(*)} \frac{1-\cos\theta}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{3}{2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin\theta} = \frac{3}{2} \Rightarrow 1+\cot^2\theta = \frac{1}{\sin^2\theta} = \frac{9}{4} \Rightarrow \cot^2\theta = \frac{9}{4}-1 = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow \tan^2\theta = \frac{4}{5} \Rightarrow \tan\theta = \pm\frac{2}{\sqrt{5}}$$

اما چون $\sin\theta > 0$ و $90^\circ < \theta < 270^\circ$ پس انتهای کمان زاویهٔ θ در ربع دوم است. در نتیجه:

$$\tan\theta = -\frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{2}{5}\sqrt{5} = -0/4\sqrt{5}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۱۲- **گزینهٔ «۱»** *(یاسین کشاورزی هرات)*

راه‌حل اول: نقطهٔ $P(-\frac{2}{3}, y)$ روی دایرهٔ مثلثاتی قرار دارد. بنابراین:

$$\cos\alpha = -\frac{2}{3}$$

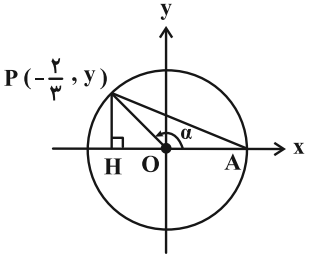
$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \sin^2\alpha = 1-\cos^2\alpha = 1-\frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$\xrightarrow[\sin\alpha>0]{\text{ناحیهٔ دوم}} \sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$S_{\overset{\Delta}{POA}} = \frac{1}{2}\times OP\times OA\times\sin\alpha = \frac{1}{2}\times 1\times 1\times\frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{\sqrt{5}}{6}$$

راه دوم: ارتفاع PH را رسم می‌کنیم. ارتفاع PH در واقع همان $\sin\alpha$ است پس $PH = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

$$S_{\overset{\Delta}{POA}} = \frac{1}{2}\times PH\times OA = \frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{5}}{3}\times 1 = \frac{\sqrt{5}}{6}$$



(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱۳- **گزینهٔ «۳»** *(غلامرضا نیازی)*

روش اول:

$$(\tan x-\cot x)^2 = \tan^2 x+\cot^2 x-2(\tan x.\cot x)$$

$$= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}+\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}-2 = \frac{\sin^4 x+\cos^4 x}{\sin^2 x\cos^2 x}-2$$

$$= \frac{(\sin^2 x+\cos^2 x)^2-2\sin^2 x\cos^2 x}{\sin^2 x.\cos^2 x}-2$$

$$= \frac{1-2\sin^2 x\cos^2 x}{\sin^2 x.\cos^2 x}-2 = \frac{1}{\sin^2 x\cos^2 x}-2-2$$

$$= \frac{1}{\sin^2 x\cos x^2}-4 \Rightarrow a=1,\ b=-4 \Rightarrow a+b=-3$$

روش دوم: می‌توان زوایایی که مخرج را صفر نمی‌کنند را جای‌گذاری کرد.

$$x=\frac{\pi}{4} \Rightarrow (1-1)^2 = \frac{a}{(\frac{\sqrt{2}}{2})^2(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}+b \Rightarrow 0 = 4a+b \Rightarrow b=-4a$$

$$x=\frac{\pi}{3} \Rightarrow (\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{3}})^2 = \frac{a}{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2(\frac{1}{2})^2}+b$$

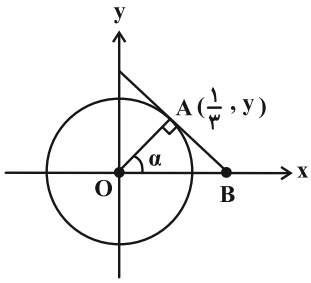
$$\Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{16a}{3}-4a \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{4a}{3} \Rightarrow a=1,\ b=-4$$

$$\Rightarrow a+b=-3$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۱۴- **گزینهٔ «۳»** *(غلامرضا نیازی)*

شعاع OA را رسم می‌کنیم. اگر $A\hat{O}B=\alpha$، آنگاه با توجه به دایرهٔ مثلثاتی داریم: $O\hat{A}B = 90^\circ$



$$\overset{\Delta}{OAB}: \cos\alpha = \frac{OA}{OB} \xrightarrow[\cos\alpha=\frac{1}{3}]{OA=1} \frac{1}{3} = \frac{1}{OB} \Rightarrow OB = 3$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱۵- **گزینهٔ «۳»** *(کیان کریمی خراسانی)*

با توجه به گزینه‌ها، $\cos x$ نمی‌تواند صفر باشد، همچنین داریم:

$$4\cos^4 x = 1-\sin^4 x \Rightarrow 4\cos^4 x = (1-\sin^2 x)(1+\sin^2 x)$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

$$\Rightarrow 4\cos^4 x = \cos^2 x(1+1-\cos^2 x)$$

$$\xrightarrow{\cos x \neq 0} 4\cos^2 x = 2-\cos^2 x$$

$$\Rightarrow 5\cos^2 x = 2 \Rightarrow \cos x = \pm\sqrt{\frac{2}{5}}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۱۶- **گزینهٔ «۳»** (احمد حسن‌زاده‌فرد)

روش اول: ابتدا مخرج مشترک را بین دو کسر اول می‌گیریم. سپس به ساده کردن آن می‌پردازیم:

$$A = \underbrace{\frac{3x}{3x+1}+\frac{3}{3x-1}}-\frac{6x+4}{9x^2-1}$$

$$= \frac{3x(3x-1)+3(3x+1)}{(3x+1)(3x-1)}-\frac{6x+4}{9x^2-1}$$

$$= \frac{9x^2-3x+9x+3}{9x^2-1}-\frac{6x+4}{9x^2-1} = \frac{9x^2+6x+3-6x-4}{9x^2-1}$$

$$= \frac{9x^2-1}{9x^2-1} = 1$$

روش دوم: به عنوان مثال $x=0$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$x=0 \Rightarrow A = \frac{0}{1}+\frac{3}{-1}-\frac{4}{-1} = 0-3+4 = 1$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۱۷- **گزینهٔ «۴»** (افشین خاصه‌خان)

داریم: $(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1) = 2-1 = 1 \Rightarrow (\sqrt{2}-1)^2(\sqrt{2}+1)^2 = 1$

عبارت $3-2\sqrt{2}$ در مخرج را به صورت $(\sqrt{2}-1)^2$ می‌نویسیم، در این صورت:

$$n < \sqrt[4]{\frac{(\sqrt{2}-1)^2(\sqrt{2}+1)^4}{3-2\sqrt{2}}} < n+1 \Rightarrow n < \sqrt[4]{\frac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}-1)^2}} < n+1$$

حال کسر را گویا می‌کنیم:

$$\sqrt[4]{\frac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}-1)^2}\times\frac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}+1)^2}} = \sqrt[4]{(\sqrt{2}+1)^4} = \sqrt{2}+1$$

در نتیجه:

$$n < \sqrt{2}+1 < n+1 \xrightarrow{n\in\mathbb{N}} n = 2$$

$$\xrightarrow{n=2} 5n-1 = 9 \xrightarrow{\text{ریشهٔ چهارم}} \pm\sqrt{3}$$

اختلاف ریشه‌ها: $\sqrt{3}-(-\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۵۰ و ۶۶)

۱۸- **گزینهٔ «۴»** (رضا ماجدی)

طبق فرض داریم:

$$\sqrt{9a+4}-3\sqrt{a+1} = b \Rightarrow \sqrt{9a+4}-\sqrt{9a+9} = b$$

فرض: $\begin{cases}\sqrt{9a+4}=m\\ \sqrt{9a+9}=n\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}m-n=b\\ m^2-n^2=-5\end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases}m-n=b\\ (m-n)(m+n)=-5\end{cases} \Rightarrow m+n = -\frac{5}{b}$$

$$\begin{cases}n-m=-b\\ m+n=-\frac{5}{b}\end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} 2n = -b-\frac{5}{b}$$

$$\Rightarrow n = \sqrt{9a+9} = 3\sqrt{a+1} = -\frac{b}{2}-\frac{5}{2b}$$

$$\Rightarrow \sqrt{a+1} = -\frac{b}{6}-\frac{5}{6b}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحهٔ ۶۳)

۱۹- **گزینهٔ «۲»** (شاهین پروازی)

با ساده‌سازی A، فرض مسئله را آسان‌تر می‌کنیم:

$$A = \sqrt{\sqrt[3]{4}(\sqrt[3]{4}-1)}+\sqrt{\sqrt[3]{4}-1} \xrightarrow{\text{فاکتورگیری}} \sqrt{\sqrt[3]{4}-1}\ (\sqrt{\sqrt[3]{4}}+1)$$

$$= \sqrt{\sqrt[3]{4}-1}\ (\sqrt[3]{2}+1) = \sqrt{\sqrt[3]{4}-1}\ (\sqrt{(\sqrt[3]{2}+1)^2})$$

$$= \sqrt{\sqrt[3]{4}-1}\times\sqrt{2\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}+1} = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}$$

$$8+4A = 8+4\sqrt{3} \xrightarrow{\text{ریشهٔ دوم و مثبت}} \sqrt{8+4\sqrt{3}} = \sqrt{6}+\sqrt{2}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۵۰ و ۶۴)

۲۰- **گزینهٔ «۱»** (حسین صنمی)

از صورت کسر a^2 و از مخرج کسر b^3 را فاکتور می‌گیریم:

$$M = \frac{a^2(a^3b^3+1)}{b^3(a^2b^2+1)} \Rightarrow \frac{\frac{(a^3b^3+1)}{b^3}}{\frac{(a^2b^2+1)}{a^2}} = \frac{(a^3+\frac{1}{b^3})}{(b^2+\frac{1}{a^2})}$$

$$= \frac{(a+\frac{1}{b})^3-3(a+\frac{1}{b})(\frac{a}{b})}{(b+\frac{1}{a})^2-2\frac{b}{a}}$$

برای به دست آوردن $b+\frac{1}{a}$، طبق فرض می‌توان نوشت:

$$a+\frac{1}{b} = 4 \Rightarrow 2b+\frac{2}{a} = 4 \Rightarrow b+\frac{1}{a} = 2$$

$$M = \frac{4^3-3(4)(2)}{2^2-1} = \frac{64-24}{3} = \frac{40}{3}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

حسابان ۱

۲۱- **گزینهٔ «۳»** *(سعید تن‌آرا)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) با فرض $x=1$ داریم: $y^2=1+1=2\Rightarrow y=\pm\sqrt{2}$

پس تابع نیست.

۲) با فرض $x=-1$ داریم: $|y|=|-1|-(-1)=2\Rightarrow y=\pm 2$

پس تابع نیست.

۳) چون زیر هر دو رادیکال باید عددی نامنفی باشد لذا مقدار x فقط می‌تواند صفر باشد. $x=0\Rightarrow y^2=\sqrt{0}+\sqrt{0}=0\Rightarrow y=0$

پس این گزینه یک تابع را مشخص می‌کند که فقط یک زوج مرتب دارد.

۴) با فرض $x=64$ داریم:

$$|y|=\sqrt{64}-\sqrt[3]{64}=8-4=4\Rightarrow y=\pm 4$$

پس تابع نیست.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحهٔ ۴۸)

۲۲- **گزینهٔ «۴»** *(رضا ماجدی)*

برای این‌که دامنهٔ تابع $f(x)$، مجموعه اعداد حقیقی باشد، باید زیر رادیکال به ازای هر x، نامنفی باشد. از آنجایی که برد توابع درجه سوم، همواره $\mathbb{R}$ می‌باشد، در نتیجه نباید زیر رادیکال، تابع درجه سوم داشته باشیم، پس ضریب x^3، برابر با صفر خواهد بود: $2a-b=0\Rightarrow 2a=b$

حال یک تابع درجه دوم زیر رادیکال داریم که باید به ازای هر x، نامنفی باشد، پس:

(الف) باید ضریب x^2 مثبت باشد $\Rightarrow -2b>0\Rightarrow b<0$

(ب) $\Delta\le 0\Rightarrow a^2+8b\le 0\xrightarrow{2a=b}a^2+16a\le 0\Rightarrow a(a+16)\le 0$

$\Rightarrow a\in[-16,0]\Rightarrow$ کمترین مقدار a برابر با -16 است.

$\Rightarrow b=2a=-32\Rightarrow a+b=-48$

بنابراین کمترین مقدار ممکن برای $a+b$ برابر با -48 است.

توجه: اگر ضریب x^2 برابر صفر باشد، آنگاه $a=b=0$ خواهد بود و f تابع ثابت $y=1$ با دامنهٔ $\mathbb{R}$ می‌شود که در آن $a+b=0$ کمترین مقدار ممکن نخواهد بود.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

۲۳- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا نداف‌زاده)*

$$D_f=D_{2f}=\{-1,3,-2,1\}=D_{2f+1}$$

$$D_g=[-2,2]$$

حال باید $D_g\cap D_{2f+1}$ را در نظر بگیریم و مراقب باشیم که $g(x)\neq 0$، پس:

$$\frac{2f+1}{g}=\{(-1,\frac{2\times 2+1}{\sqrt{3}}),(1,\frac{2\times 3+1}{\sqrt{3}})$$

$$=\{(-1,\frac{5}{\sqrt{3}}),(1,\frac{7}{\sqrt{3}})\}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۴ و ۶۵)

۲۴- **گزینهٔ «۲»** *(رضا ماجدی)*

راه‌حل اول: سعی می‌کنیم مقدار x را برحسب y پیدا کنیم:

$$y=\underbrace{\sqrt{5x+3}}_{a}+\underbrace{\sqrt{5x-1}}_{b}\qquad (I)$$

$$\Rightarrow(\sqrt{5x+3}+\sqrt{5x-1})(\sqrt{5x+3}-\sqrt{5x-1})$$

$$=(\sqrt{5x+3}-\sqrt{5x-1})y$$

$$\Rightarrow 5x+3-(5x-1)=(\sqrt{5x+3}-\sqrt{5x-1})y$$

$$\Rightarrow\sqrt{5x+3}-\sqrt{5x-1}=\frac{4}{y}\qquad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)}2\sqrt{5x+3}=y+\frac{4}{y}\Rightarrow\sqrt{5x+3}=\frac{y}{2}+\frac{2}{y}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}}5x+3=\frac{y^2}{4}+\frac{4}{y^2}+2$$

$$\Rightarrow 5x=\frac{y^2}{4}+\frac{4}{y^2}-1\Rightarrow x=(\frac{y^2}{4}+\frac{4}{y^2}-1)\times\frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x^2}{20}+\frac{4}{5x^2}-\frac{1}{5}\Rightarrow a=20,b=5\Rightarrow ab=100$$

راه‌حل دوم:

$$y=\sqrt{5x+3}+\sqrt{5x-1}\Rightarrow y-\sqrt{5x-1}=\sqrt{5x+3}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}}y^2-2y\sqrt{5x-1}+5x-1=5x+3$$

$$\Rightarrow y^2-4=2y\sqrt{5x-1}\Rightarrow\frac{y}{2}-\frac{2}{y}=\sqrt{5x-1}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}}\frac{y^2}{4}-2+\frac{4}{y^2}=5x-1\Rightarrow\frac{y^2}{20}+\frac{4}{5y^2}-\frac{1}{5}=x$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x^2}{20}+\frac{4}{5x^2}-\frac{1}{5}$$

بنابراین: $b=5\ ,\ a=20\Rightarrow ab=100$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۲۵- **گزینهٔ «۱»** *(کیان کریمی‌خراسانی)*

اگر طول رأس سهمی درون دامنهٔ تابع به صورت بازهٔ (m,n) باشد، آن‌گاه تابع یک به یک نمی‌شود. پس با شرط زیر، تابع یک به یک نیست:

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

$x_S = a \in (2a-5 , 3a-8) \Rightarrow 2a-5 < a < 3a-8$

$\Rightarrow 4 < a < 5 \Rightarrow a \in (4 , 5)$

بنابراین جواب مسئله، مکمل بازهٔ فوق می‌شود، یعنی $\mathbb{R} - (4 , 5)$. (I)

همچنین باید $3a-8 > 2a-5$ برقرار باشد که در این صورت داریم

$a > 3$ (II)

جواب نهایی: $\xrightarrow{I \cap II} (3 , 4] \cup [5 , +\infty)$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۲۶- **گزینهٔ «۲»** (حامد معنوی)

توجه کنید که: $[x]-2 > 0 \Rightarrow [x] > 2 \Rightarrow x \in [3 , +\infty)$

$\Rightarrow D_f = [3 , +\infty) \quad , \quad f(3/6) = \sqrt{\frac{1}{[3/6]-2}} = 1$

با توجه به D_f و این‌که $D_f = D_g$ واضح است که $a = 0$ و $g(3) = 0$ (چرا؟)، پس:

$$\Rightarrow g(x) = \sqrt{bx-5} \Rightarrow g(3) = 3b-5 = 0 \Rightarrow b = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow g(x) = \sqrt{\frac{5}{3}x-5} \Rightarrow g(3/6) = \sqrt{\frac{5}{3} \times \frac{36}{10} - 5} = 1$$

$$(f+g)(3/6) = f(3/6) + g(3/6) = 1+1 = 2$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۵۳ و ۶۳ تا ۶۶)

۲۷- **گزینهٔ «۲»** (یاسین کشاورزی‌هرات)

می‌دانیم که $(f^{-1}of)(x) = x$ و $x \in D_f$. همچنین $(fof^{-1})(x) = x$ و $x \in R_f$. بنابراین باید دامنه و برد f را به دست آوریم و دامنه و برد f تنها یک عضو مشترک داشته باشند:

$$D_f : x-b \geq 0 \Rightarrow x \geq b \Rightarrow [b , +\infty)$$

$$\sqrt{x-b} \geq 0 \Rightarrow -\sqrt{x-b} \leq 0$$

$$\Rightarrow -\sqrt{x-b} + a \leq a \Rightarrow R_f = (-\infty , a]$$

برای این‌که دامنه و برد f تنها یک عضو مشترک داشته باشند باید $a = b$ باشد. پس:

$$D_f \cap R_f = \{a\} \quad , \quad y = (fof^{-1})(x) + (f^{-1}of)(x) = 2x \Rightarrow \{(a , 2a)\}$$

$$\{(a , 2a)\} = \{(1 , c)\} \Rightarrow a = 1 , b = 1 , c = 2 \Rightarrow a+b+c = 4$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۷۰)

۲۸- **گزینهٔ «۳»** (علیرضا نداف‌زاده)

با توجه به فرض داریم:

$$f(g(x)) = 0 \Rightarrow \begin{cases} g(x) = \frac{1}{2} \\ g(x) = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$g(x) = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 7x-1 = \frac{1}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{3}{14} & \text{ق ق} \\ 3x-4 = \frac{1}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{3}{2} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$g(x) = -\frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} 7x-1 = -\frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{2}{21} & \text{ق ق} \\ 3x-4 = -\frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{11}{9} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

پس تابع ۲ تا صفر دارد.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۲۹- **گزینهٔ «۱»** (احمدرضا ذاکرزاده)

اگر تابع $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ، $(c , d \neq 0)$ غیر یک‌به‌یک باشد باید $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$، پس داریم: $\frac{2a-1}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow 4a-2 = 2a \Rightarrow a = 1$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{2x+1}{x+1} \Rightarrow yx+y = 2x+1 \Rightarrow yx-2x = 1-y$$

$$x(y-2) = 1-y \Rightarrow x = \frac{1-y}{y-2} \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{1-x}{x-2}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

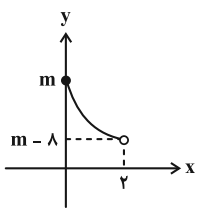
۳۰- **گزینهٔ «۴»** (غلامرضا نیازی)

ابتدا برد تابع g را به دست می‌آوریم و سپس برد تابع $y = 2x^2 - 8x + m$ را به ازای $x \in R_g$ به دست می‌آوریم:

می‌دانیم: $0 \leq t-[t] < 1 \Rightarrow 0 \leq \frac{x}{2} - [\frac{x}{2}] < 1$

$$\xrightarrow{\times 2} 0 \leq x - 2[\frac{x}{2}] < 2 \Rightarrow 0 \leq g(x) < 2 \Rightarrow R_g = [0 , 2)$$

حال $y = f(x)$ را در بازهٔ $[0 , 2)$ رسم می‌کنیم.



پس برد تابع f برابر $(m-8 , m]$ است. بنابراین:

$$\begin{cases} a = m-8 \\ b = m \end{cases} \Rightarrow b-a = 8$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۵۲ و ۶۶ تا ۶۸)

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

هندسه ۳

۳۱- **گزینهٔ «۱»** *(اسحاق اسفندیار)*

روش اول: طبق فرض می‌نویسیم: $A^2+A+I=-A^3$

$$A^3+A^2+A+I=\bar{O}\Rightarrow A(A^2+A+I)+I=\bar{O}$$

$$\Rightarrow A(-A^3)+I=\bar{O}\Rightarrow A^4=I$$

$$\xrightarrow{\text{توان }351} A^{1404}=(A^4)^{351}=(I)^{351}=I$$

روش دوم: طرفین رابطه را در ماتریس $A-I$ ضرب می‌کنیم:

$$(A-I)(A^3+A^2+A+I)=(A-I)\times\bar{O}$$

$$\Rightarrow A^4-I=\bar{O}\Rightarrow A^4=I$$

$$\xrightarrow{\text{توان }351} A^{1404}=I$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۳۲- **گزینهٔ «۴»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

ماتریس A را تشکیل داده و ماتریس $A+B$ را می‌نویسیم:

$$A=\begin{bmatrix} m+n-1 & m+n-2 \\ 2m+n-1 & 2m+n-2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A+B=\begin{bmatrix} m+n+1 & m+n-1 \\ 2m+n & 2m+n+1 \end{bmatrix}$$

در ماتریس قطری $A+B$، درایه‌های غیرقطر اصلی صفرند، پس:

$$\begin{cases} m+n-1=0 \\ 2m+n=0 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} m=-1 \\ n=2 \end{cases}\Rightarrow A=\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow AB=\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -4 & -7 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های قطر اصلی برابر ۸- است.

(هندسه ۳- مشابه تمرین ۶ صفحهٔ ۲۱)

۳۳- **گزینهٔ «۱»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

با استفاده از خاصیت شرکت‌پذیری در ضرب ماتریس‌ها داریم:

$$(AB)^{1405}=ABAB\ldots AB=A(BA)(BA)(BA)\ldots(BA)B$$

از طرفی:

$$BA=\begin{bmatrix} 1-m & 2m & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$=2-2m+2m-3=-1$$

پس داریم: $(AB)^{1405}=A\underbrace{[-1][-1]\ldots[-1]}_{1404\text{ بار}}B=AB$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۳۴- **گزینهٔ «۳»** *(عباس الهی)*

با استفاده از ویژگی‌های جمع ماتریس‌ها و ضرب عدد در ماتریس، تساوی داده شده را ساده‌تر می‌کنیم:

$$2(A+\frac{5}{2}C)=3(2B+C)\Rightarrow 2A+5C=6B+3C$$

$$\Rightarrow 2C=6B-2A\Rightarrow C=3B-A$$

$$\xrightarrow{\text{بنابراین}} C=3\begin{bmatrix} 0 & -3 & 2 \\ -4 & 2 & 1 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 4 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} 0 & -9 & 6 \\ -12 & 6 & 3 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 4 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow C=\begin{bmatrix} 1 & -12 & 4 \\ -16 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{حاصل‌ضرب درایه‌ها}=(1)(-12)(4)(-16)(2)(3)$$

$$=(2^2\times3)(2^2)(2^4)(2)(3)=2^9\times3^2=2^\alpha\times3^\beta\Rightarrow\begin{cases}\alpha=9\\ \beta=2\end{cases}$$

$$\Rightarrow \alpha-\beta=9-2=7$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

۳۵- **گزینهٔ «۱»** *(احمدرضا فلاح)*

می‌دانیم $(A-B)(A+B)=A^2+AB-BA-B^2$، لذا با توجه به مفروضات سوال، ماتریس BA را می‌یابیم:

$$BA=(\underbrace{B^2B^{-1}}_{B})(\underbrace{A^{-1}A^2}_{A})=B^2(B^{-1}A^{-1})A^2$$

$$=B^2(AB)^{-1}A^2 \qquad (1)$$

از طرفی $(AB)^{-1}=\frac{1}{-1}\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$، پس:

$$(1):\ BA=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -9 & 3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A-B)\times(A+B)=A^2+AB-BA-B^2$$

$$=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} -9 & 3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} 8 & -1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها}=5$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۱۳ تا ۲۳)

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۳۶- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

ماتریس B وارون‌پذیر نیست، هرگاه $|B|=0$. بنابراین داریم:

$$6I-kA=\begin{bmatrix}6&0\\0&6\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}1/5k&k\\0/5k&k\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6-1/5k&-k\\-0/5k&6-k\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |6I-kA|=0\Rightarrow 36-6(2/5k)+1/5k^2-0/5k^2=0$$

$$\Rightarrow k^2-15k+36=0\Rightarrow (k-12)(k-3)=0\Rightarrow \begin{cases}k=12\\k=3\end{cases}$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۱۳ تا ۲۳)

۳۷- **گزینهٔ «۱»** *(روح‌اله حسنی)*

$$A^3=2I\Rightarrow A^3-I=I\Rightarrow (A-I)(A^2+A+I)=I$$

پس ماتریس $A-I$ وارون‌پذیر است و وارون آن برابر A^2+A+I است. از طرفی:

$$BA=I+B\Rightarrow BA-B=I\Rightarrow B(A-I)=I$$

بنابراین B وارون ماتریس $A-I$ است. چون وارون ماتریس در صورت وجود منحصر به فرد است. پس: $B=A^2+A+I$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

۳۸- **گزینهٔ «۱»** *(اسحاق اسفندیار)*

با توجه به فرض داریم:

$$(BC^{-1})^{-1}=(3I)^{-1}\Rightarrow CB^{-1}=\frac{1}{3}I$$

طرفین تساوی را از سمت راست در A^{-1} ضرب می‌کنیم:

$$CB^{-1}A^{-1}=(\frac{1}{3}I)A^{-1}=\frac{1}{3}A^{-1}$$

$$=\frac{1}{3}(\frac{1}{3}\begin{bmatrix}1&1\\-1&2\end{bmatrix})=\frac{1}{9}\begin{bmatrix}1&1\\-1&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{9}&\frac{1}{9}\\-\frac{1}{9}&\frac{2}{9}\end{bmatrix}$$

حاصل‌ضرب درایه‌های روی قطر اصلی برابر است با $\frac{1}{9}\times\frac{2}{9}=\frac{2}{81}$.

(هندسه ۳- صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۳۹- **گزینهٔ «۳»** *(روح‌اله حسنی)*

روش اول:

$$\begin{cases}A^2=\begin{bmatrix}2&m\\-1&n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&m\\-1&n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4-m&2m+mn\\-2-n&-m+n^2\end{bmatrix}\\6A=\begin{bmatrix}12&6m\\-6&6n\end{bmatrix}\end{cases}$$

طبق فرض داریم:

$$6A-A^2=\begin{bmatrix}8+m&4m-mn\\-4+n&6n+m-n^2\end{bmatrix}=13I=\begin{bmatrix}13&0\\0&13\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}8+m=13\Rightarrow m=5\\-4+n=0\Rightarrow n=4\end{cases}\Rightarrow 2n-m=8-5=3$$

روش دوم:

نکته: اگر $A=\begin{bmatrix}a&b\\c&d\end{bmatrix}$ آن‌گاه $A^2=(a+d)A-(ad-bc)I$.

$$A=\begin{bmatrix}2&m\\-1&n\end{bmatrix}\Rightarrow A^2=(n+2)A-(2n+m)I$$

از طرفی چون $6A-A^2=13I$ پس $A^2=6A-13I$ و بنابراین:

$$\begin{cases}n+2=6\Rightarrow n=4\\2n+m=13\Rightarrow m=5\end{cases}\Rightarrow 2n-m=8-5=3$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۹ تا ۲۱)

۴۰- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

مطابق فرض داریم:

$$AB=2I\xrightarrow{\times\frac{1}{2}}(\frac{1}{2}A)B=I$$

یعنی ماتریس B، وارون ماتریس $\frac{1}{2}A$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$B=(\frac{1}{2}A)^{-1}=2A^{-1}=2\times(-\frac{1}{2})\begin{bmatrix}1&-4\\-1&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1&4\\1&-2\end{bmatrix}$$

حال ماتریس $A-B$ را تشکیل داده و وارون آن را محاسبه می‌کنیم:

$$A-B=\begin{bmatrix}2&4\\1&1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-1&4\\1&-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3&0\\0&3\end{bmatrix}=3I$$

$$\Rightarrow (A-B)^{-1}=\frac{1}{3}I$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۹ تا ۲۳)

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

هندسه ۱

۴۱- **گزینهٔ «۲»** (محمد خندان)

اگر $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ باشد، می‌توان نوشت: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$

بنابراین داریم: $\frac{a}{b}=\frac{(b+1)+(b-1)}{(a+b)+(a)}=\frac{2b}{2a+b}$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 2a^2+ab=2b^2 \Rightarrow 2b^2-ab-2a^2=0$$

$$\xrightarrow{+a^2} 2(\frac{b}{a})^2-(\frac{b}{a})-2=0 \xrightarrow{t=\frac{b}{a}} 2t^2-t-2=0$$

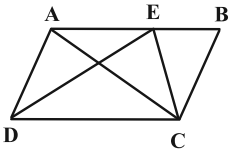
$$\xrightarrow{t>0} t=\frac{1+\sqrt{17}}{4}=\frac{b}{a}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۴۲- **گزینهٔ «۱»** (افشین خاصه‌خان)

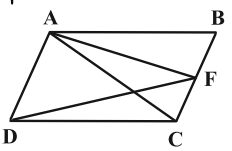
چون $AB \parallel DC$ و A و E روی AB قرار دارند لذا:

$$S_{DEC}=S_{ADC}=\frac{1}{2}S_{ABCD}$$



به دلیل مشابه $AD \parallel BC$ و F و C روی BC قرار دارند پس:

$$S_{AFD}=S_{ACD}=\frac{1}{2}S_{ABCD}$$

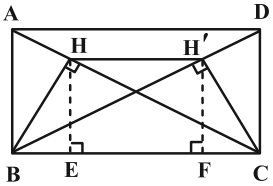


پس مساحت دو مثلث همواره برابرند.

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۴۳- **گزینهٔ «۱»** (محمد خندان)

در مثلث قائم‌الزاویه ABC، BH ارتفاع وارد بر وتر است، بنابراین:



$$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$$

$$BH\times AC=AB\times BC \Rightarrow 5BH=3\times 4 \Rightarrow BH=\frac{12}{5}$$

حال اگر از H بر BC عمود رسم کنیم، با توجه به روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ BCH داریم:

$$BH^2=BE\times BC \Rightarrow (\frac{12}{5})^2=BE\times 4 \Rightarrow BE=\frac{36}{25}$$

به‌طور مشابه $CF=\frac{36}{25}$ است و خواهیم داشت:

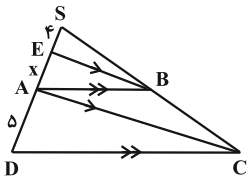
$$HH'=EF=BC-BE-FC=4-\frac{36}{25}-\frac{36}{25}$$

$$=\frac{100-72}{25}=\frac{28}{25}=1/12$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۴۴- **گزینهٔ «۲»** (روح‌اله مسنی)

فرض کنیم: $AE=x$.



$$\overset{\Delta}{SAC}: BE \parallel AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{SE}{AE}=\frac{SB}{BC} \Rightarrow \frac{4}{x}=\frac{SB}{BC} \quad (1)$$

$$\overset{\Delta}{SDC}: AB \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{SA}{AD}=\frac{SB}{BC} \Rightarrow \frac{x+4}{5}=\frac{SB}{BC} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{4}{x}=\frac{x+4}{5} \Rightarrow x^2+4x=20$$

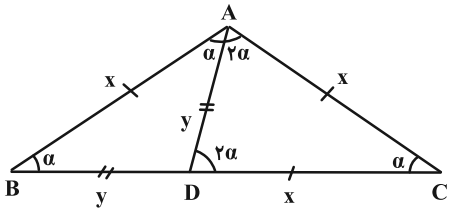
$$\Rightarrow x^2+4x-20=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-2-2\sqrt{6} & \text{غ ق ق} \\ x=-2+2\sqrt{6} & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow DE=5+x=3+2\sqrt{6}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۷)

۴۵- **گزینهٔ «۴»** (محمد خندان)

مطابق شکل با توجه به مثلث‌های متساوی‌الساقین و برابری زاویه‌ها، می‌توان نتیجه گرفت دو مثلث ABD و ABC بنابر حالت (ز ز) متشابه‌اند.



مطابق شکل داریم:

$$\begin{cases} A\hat{B}D=A\hat{B}C \\ B\hat{A}D=A\hat{C}B \end{cases} \xrightarrow{(\text{ز ز})} \overset{\Delta}{ABD} \sim \overset{\Delta}{ABC} \Rightarrow \frac{AC}{AD}=\frac{BC}{AB}$$

با فرض $AB=x$ و $AD=y$ خواهیم داشت:

$$\frac{x}{y}=\frac{x+y}{x} \Rightarrow x^2=xy+y^2 \Rightarrow x^2-xy-y^2=0$$

$$\xrightarrow{+y^2} (\frac{x}{y})^2-\frac{x}{y}-1=0 \xrightarrow{\frac{x}{y}=t} t^2-t-1=0$$

$$\xrightarrow{t>0} t=\frac{\sqrt{5}+1}{2} \Rightarrow \frac{BC}{AB}=\frac{x+y}{x}=\frac{x}{y}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

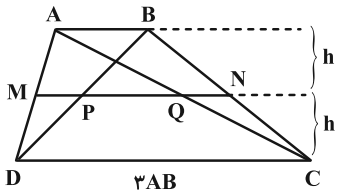
سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۴۶- **گزینهٔ «۲»** (سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)

اندازه‌های MN و PQ با روابط زیر به دست می‌آید:

$$PQ=\frac{CD-AB}{2}=AB\Rightarrow CD=3AB$$

$$\Rightarrow MN=\frac{CD+AB}{2}=\frac{4AB}{2}=2AB$$



$$\frac{S_{ABNM}}{S_{CDMN}}=\frac{\frac{1}{2}(AB+MN)h}{\frac{1}{2}(CD+MN)h}=\frac{3AB}{5AB}=\frac{3}{5}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۴۷- **گزینهٔ «۴»** (روح‌اله حسنی)

$$a-b=5\Rightarrow a=b+5$$

داریم: $ah_a=bh_b=ch_c=2S$ پس $h_c=\frac{2S}{c}$ ، $h_b=\frac{2S}{b}$ و

چون طبق فرض $h_a=\frac{2S}{a}$ پس $h_b+h_a=h_c$:

$$\frac{2S}{b}+\frac{2S}{a}=\frac{2S}{c}\xrightarrow{+2S}\frac{1}{b}+\frac{1}{a}=\frac{1}{c}\xrightarrow[c=6]{a=b+5}\frac{1}{b}+\frac{1}{b+5}=\frac{1}{6}$$

$$\xrightarrow{\times 6b(b+5)}6(b+5)+6b=b(b+5)\Rightarrow 12b+30=b^2+5b$$

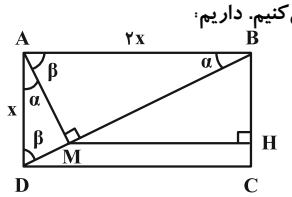
$$\Rightarrow b^2-7b-30\Rightarrow\begin{cases}b=-3 & \text{غ ق ق}\\ b=10\Rightarrow a=b+5=15\end{cases}$$

بنابراین محیط مثلث برابر است با: $a+b+c=15+10+6=31$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۴۸- **گزینهٔ «۴»** (عباس الهی)

ابتدا مستطیل ABCD و قطر BD را رسم می‌کنیم و از رأس A بر آن عمود می‌کنیم و پای عمود را M نامیده و سپس از M، عمود MH را بر ضلع BC رسم می‌کنیم. داریم:



$$BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{(2x)^2+x^2}$$ طبق فیثاغورس:

$$\Rightarrow BD=\sqrt{5}x$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABD داریم:

$$AB^2=MB\times BD$$

$$\Rightarrow (2x)^2=MB\times\sqrt{5}x\Rightarrow 4x^2=MB\times\sqrt{5}x$$

$$\Rightarrow MB=\frac{4x}{\sqrt{5}}$$

اکنون در مثلث BCD با استفاده از تعمیم قضیهٔ تالس خواهیم داشت:

$$MH\parallel CD\Rightarrow\frac{BM}{BD}=\frac{MH}{CD}\Rightarrow\frac{\frac{4x}{\sqrt{5}}}{\frac{\sqrt{5}x}{1}}=\frac{MH}{2x}\Rightarrow\frac{4}{5}=\frac{MH}{2x}$$

$$\Rightarrow MH=\frac{8x}{5}\xrightarrow{\text{پس}}\frac{MH}{AD}=\frac{\frac{8x}{5}}{x}=\frac{8}{5}=1/6$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۴۲)

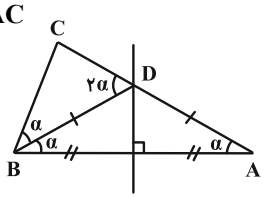
۴۹- **گزینهٔ «۲»** (روح‌اله حسنی)

چون D روی عمودمنصف AB است پس $AD=BD$. بنابراین:

$$A\hat{B}D=\hat{A}=\alpha$$

همچنین $B\hat{D}C=A\hat{B}D+\hat{A}=2\alpha$ و $\hat{B}=2A\hat{B}D=2\alpha$. بنابراین دو مثلث ABC و CBD به حالت (ز ز) متشابه‌اند. پس:

$$\frac{BD}{AB}=\frac{CD}{BC}=\frac{BC}{AC}$$



با توجه به داده‌های مسئله داریم:

$$\frac{BD}{16}=\frac{CD}{9}=\frac{9}{AC}\Rightarrow\frac{BD+CD}{16+9}=\frac{9}{AC}$$

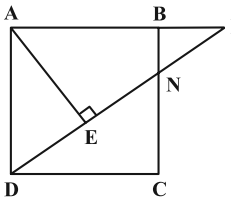
$$\xrightarrow{BD=AD}\frac{AC}{25}=\frac{9}{AC}\Rightarrow AC^2=9\times 25$$

$$\Rightarrow AC=3\times 5=15$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۴)

۵۰- **گزینهٔ «۱»** (محمد خندان)

دو مثلث قائم‌الزاویهٔ BNF و CND متشابه‌اند، چون داریم:



$$\begin{cases}\hat{C}=F\hat{B}N=90^\circ\\ B\hat{N}F=C\hat{N}D\end{cases}\xrightarrow{(z\,z)}\overset{\Delta}{BNF}\sim\overset{\Delta}{CND}$$ متقابل به رأس

$$\Rightarrow\frac{BF}{CD}=\frac{BN}{CN}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow BF=\frac{CD}{2}\xrightarrow{\text{مربع ABCD}}BF=\frac{AB}{2}$$

در مثلث قائم‌الزاویهٔ ADF طبق روابط طولی داریم:

$$\begin{cases}AF^2=EF\times DF\\ AD^2=DE\times DF\end{cases}\xrightarrow{\div}\frac{AF^2}{AD^2}=\frac{EF}{DE}$$

$$\xrightarrow[AD=AB]{AF=\frac{3}{2}AB}\frac{EF}{DE}=\frac{9}{4}=2/25$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲)

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

هندسه ۲

۵۱- **گزینهٔ «۱»** (سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)

دایره‌ها چهار مماس مشترک دارند یعنی متخارج هستند، پس:

$$OO' > R + R' \Rightarrow 2n + 5 > n + 2n + 1 \Rightarrow 4 > n$$
$$\Rightarrow n = 1, 2, 3$$

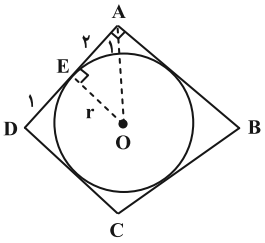
مجموع مقادیر طبیعی n برابر ۶ است.

(هندسه ۲- صفحهٔ ۲۰)

۵۲- **گزینهٔ «۳»** (حامد قاسمیان)

از نقطهٔ O مرکز دایره، به نقطهٔ E (نقطهٔ تماس ضلع AD و دایره) وصل کرده و مثلث OEA را تشکیل می‌دهیم. می‌دانیم مرکز دایرهٔ محاطی یک چندضلعی، نقطهٔ همرسی نیمسازهای داخلی آن چندضلعی است، پس AO نیمساز زاویهٔ A است و در نتیجه $\hat{A}_1 = 45^\circ$ و مثلث OAE قائم‌الزاویهٔ متساوی الساقین است، پس:

$$r = AE = 2$$



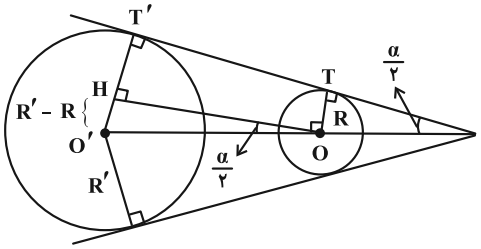
داریم: $r = \frac{S}{p} \xrightarrow[r=2]{S=20} p = 10$ ؛ شعاع دایرهٔ محاطی داخلی

$$\Rightarrow 2p = AB + BC + CD + DA = 2(AD + BC)$$
$$\Rightarrow p = AD + BC \Rightarrow 10 = 3 + BC \Rightarrow BC = 7$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۵ تا ۲۸)

۵۳- **گزینهٔ «۳»** (عباس الهی)

با رسم شکل داریم:



$$TT' = \sqrt{d^2 - (R' - R)^2} \Rightarrow 3\sqrt{6} = \sqrt{d^2 - (5\sqrt{2} - 2\sqrt{2})^2}$$
$$\Rightarrow 54 = d^2 - 18 \Rightarrow d^2 = 72 \Rightarrow d = 6\sqrt{2}$$

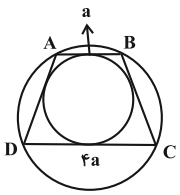
در مثلث قائم‌الزاویهٔ OHO' داریم:

$$\Rightarrow \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{R' - R}{OO'} = \frac{3\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 30^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۵۴- **گزینهٔ «۳»** (افشین خاصه‌خان)

طبق تمرین ۴ صفحهٔ ۲۹ کتاب درسی، اگر ذوزنقه هم محیطی و هم محاطی باشد آن گاه مساحت ذوزنقه برابر حاصل‌ضرب میانگین حسابی و میانگین هندسی دو قاعده است، پس با فرض $AB = a$ داریم:



$$S_{ABCD} = \left(\frac{4a + a}{2}\right).\sqrt{4a.a} = \left(\frac{5}{2}a\right)(2a) = 5a^2 = 10$$
$$\Rightarrow a = \sqrt{2}$$

از طرفی: $S = \frac{(4a + a)h}{2} = 10 \Rightarrow \frac{5\sqrt{2}h}{2} = 10$

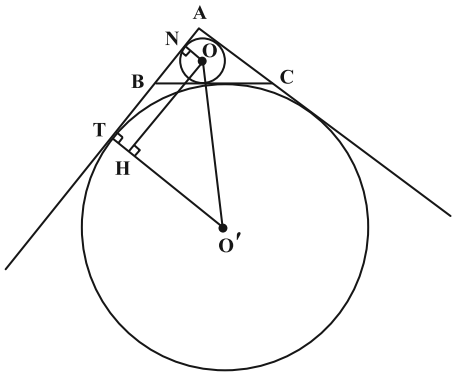
$$\Rightarrow h = \frac{20}{5\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

(هندسه ۲- مشابه تمرین ۴ صفحهٔ ۲۹)

۵۵- **گزینهٔ «۳»** (روح‌اله مسنی)

در مثلث ABC داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \xrightarrow{\text{عکس قضیهٔ فیثاغورس}} \hat{A} = 90^\circ$$



بنابراین: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB \times AC = \frac{1}{2} \times 8 \times 15 = 60$:مساحت ΔABC

$$p = \frac{8 + 15 + 17}{2} = 20$$:نصف محیط ΔABC

$$\Rightarrow \begin{cases} NO = r = \frac{S}{p} = \frac{60}{20} = 3 \\ O'T = r_a = \frac{S}{p - a} = \frac{60}{20 - 17} = \frac{60}{3} = 20 \end{cases}$$

از طرفی: $AN = p - a = 3$ و $AT = p = 20$

پس: $NT = AT - AN = 20 - 3 = 17$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

اکنون از O بر $O'T$ عمودی رسم می‌کنیم و پای عمود را H می‌نامیم. در مثلث قائم‌الزاویهٔ OHO' داریم:

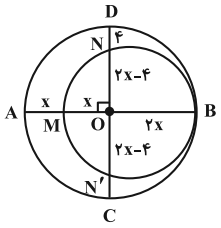
$$\begin{cases} OH = NT = ۱۷ \\ O'H = O'T - TH = O'T - ON = ۲۰ - ۳ = ۱۷ \end{cases}$$

بنابراین: $OO' = \sqrt{OH^۲ + O'H^۲} = \sqrt{۱۷^۲ + ۱۷^۲} = ۱۷\sqrt{۲}$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۵، ۲۶ و ۳۰)

۵۶- **گزینهٔ «۲»** (افشین خاصه‌خان)

با توجه به معلومات مسئله می‌توان شکل داده شده را به صورت زیر کامل کرد:



حال طبق شکل و روابط طولی در دایرهٔ کوچک‌تر داریم:

$$x(۲x) = (۲x - ۴)^۲$$

$$۲x^۲ - ۱۶x + ۱۶ = ۰ \Rightarrow x^۲ - ۸x + ۸ = ۰$$

$$\Rightarrow x = \frac{۸ \pm ۴\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \begin{cases} x = ۴ - ۲\sqrt{۲} & \text{غ ق ق} \\ x = ۴ + ۲\sqrt{۲} & \text{ق ق} \end{cases}$$

اگر $x = ۴ - ۲\sqrt{۲}$ آن‌گاه طول ON منفی می‌شود.

از طرفی طول قطر دایرهٔ کوچک‌تر برابر $۳x$ است بنابراین شعاع دایرهٔ کوچک‌تر $\frac{۳x}{۲}$ و شعاع دایرهٔ بزرگ‌تر برابر $۲x$ است و اختلاف آن‌ها برابر می‌شود با $\frac{x}{۲} = ۲ + \sqrt{۲}$.

(هندسه ۲- مشابه تمرین ۳ صفحهٔ ۲۳)

۵۷- **گزینهٔ «۳»** (عباس الهی)

در صورتی که h_a، h_b و h_c ارتفاع‌های مثلث ABC و r شعاع دایرهٔ محاطی داخلی آن باشد، آن‌گاه داریم:

$$\frac{۱}{r} = \frac{۱}{h_a} + \frac{۱}{h_b} + \frac{۱}{h_c} = \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۷/۵} + \frac{۱}{۱۰}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{r} = \frac{۱}{۵} + \frac{۲}{۱۵} + \frac{۱}{۱۰} = \frac{۶+۴+۳}{۳۰} = \frac{۱۳}{۳۰} \Rightarrow r = \frac{۳۰}{۱۳}$$

(هندسه ۲- مشابه تمرین ۵ صفحهٔ ۲۹)

۵۸- **گزینهٔ «۲»** (روح‌اله حسنی)

می‌دانیم طول ضلع هشت‌ضلعی منتظم محیط بر دایره با شعاع r برابر $۲r\tan\frac{۱۸۰^\circ}{۸}$ و طول ضلع هشت‌ضلعی منتظم محاط در دایره با شعاع r برابر $۲r\sin\frac{۱۸۰^\circ}{۸}$ است. چون این دو هشت‌ضلعی منتظم متشابه‌اند، پس نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر مجذور نسبت تشابه است و داریم:

$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{۲r\tan ۲۲/۵^\circ}{۲r\sin ۲۲/۵^\circ}\right)^۲ = \left(\frac{\tan ۲۲/۵^\circ}{\sin ۲۲/۵^\circ}\right)^۲ = \frac{۱}{\cos^۲ ۲۲/۵^\circ}$$

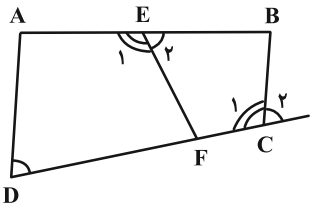
از طرفی: $\cos^۲ ۲۲/۵^\circ = \frac{۱+\cos ۴۵^\circ}{۲} = \frac{۱+\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۲} = \frac{۲+\sqrt{۲}}{۴}$، پس:

$$\frac{S}{S'} = \frac{۴}{۲+\sqrt{۲}} \times \frac{۲-\sqrt{۲}}{۲-\sqrt{۲}} = \frac{۴(۲-\sqrt{۲})}{۲} = ۲(۲-\sqrt{۲}) = ۴ - ۲\sqrt{۲}$$

(هندسه ۲- مشابه تمرین ۷ صفحهٔ ۳۰)

۵۹- **گزینهٔ «۳»** (محمد خندان)

یک چهارضلعی محاطی است، اگر و تنها اگر دو زاویه روبه‌روی آن مکمل یکدیگر باشند. بنابراین با توجه به این‌که $AEFD$ و $EBCF$ محاطی هستند، داریم:



$$\left.\begin{array}{l} \text{(محاطی) } AEFD \Rightarrow \hat{D} + \hat{E}_۱ = ۱۸۰^\circ \\ \text{(محاطی) } EBCF \Rightarrow \hat{E}_۲ + \hat{C}_۱ = ۱۸۰^\circ \end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow{+} \hat{C}_۱ + \hat{D} + \underbrace{\hat{E}_۱ + \hat{E}_۲}_{۱۸۰^\circ} = ۳۶۰^\circ$$

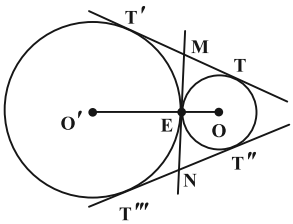
$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow \hat{C}_۱ + \hat{D} = ۱۸۰^\circ \\ \hat{C}_۱ + \hat{C}_۲ = ۱۸۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{D} = \hat{C}_۲$$

طبق عکس قضیهٔ خطوط موازی و مورب، نتیجه می‌گیریم $AD \parallel BC$ است.

(هندسه ۲- صفحهٔ ۲۷)

۶۰- **گزینهٔ «۲»** (محمد خندان)

مطابق کتاب درسی طول مماس مشترک خارجی در دو دایره مماس خارج به شعاع‌های R و R' برابر $TT' = ۲\sqrt{RR'}$ است.



با توجه به شکل از نقطهٔ M بر دو دایره مماس رسم شده است. پس:

$$\begin{cases} ME = MT \\ ME = MT' \end{cases} \Rightarrow ME = \frac{TT'}{۲} = \sqrt{RR'}$$

به طریق مشابه می‌توان نوشت:

$$NE = \frac{T''T'''}{۲} = \sqrt{RR'} \Rightarrow MN = ME + NE = ۲\sqrt{RR'}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

ریاضیات گسسته

۶۱- **گزینهٔ «۳»** *(رضا توکلی)*

می‌دانیم $a \mid [a , b]$ و $(a , b) \mid a$ پس داریم:

$$۷۵ \mid [a , ۷۵] \Rightarrow ۷۵ \mid ۳(a , ۷۵) \Rightarrow ۲۵ \mid (a , ۷۵)$$

با توجه به این‌که $(a , ۷۵)$ مقسوم‌علیه ۷۵ است، تنها مقسوم‌علیه‌های ۷۵ که مضرب ۲۵ هستند، ۲۵ و ۷۵ می‌باشد.

الف) $(a , ۷۵) = ۷۵ \Rightarrow ۷۵ \mid a \Rightarrow [a , ۷۵] = a$

$$\Rightarrow [a , ۷۵] = ۳(a , ۷۵) \Rightarrow a = ۳ \times ۷۵ = ۲۲۵$$

ب) $(a , ۷۵) = ۲۵ \Rightarrow [a , ۷۵] = ۳(a , ۷۵) = ۷۵ \Rightarrow a \mid ۷۵$

$$\Rightarrow (a , ۷۵) = a \Rightarrow a = ۲۵$$

پس ۲۵ یا $a = ۲۲۵$ و مجموع مقادیر قابل قبول ۲۵۰ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۹ تا ۱۳)

۶۲- **گزینهٔ «۲»** *(سوکند روشنی)*

$$a^۲ + ab + b^۲ \geq ۰ \Leftrightarrow \frac{a^۲}{۴} + \frac{۳a^۲}{۴} + ab + b^۲ \geq ۰$$

$$\Leftrightarrow (\frac{a}{۲} + b)^۲ + \frac{۳a^۲}{۴} \geq ۰ \quad \text{بدیهی}$$

$$\begin{cases} m = ۲ \\ n = ۳ \end{cases} \Rightarrow m + n = ۵$$

(ریاضیات گسسته- مشابه مثال صفحهٔ ۷)

۶۳- **گزینهٔ «۲»** *(سوکند روشنی)*

$$(n-۲)(n+۲) \mid (n+۳)(n-۲) \qquad (*)$$

$$+(n-۲) \xrightarrow{n \neq ۲} \begin{matrix} n+۲ \mid n+۳ \\ \underline{n+۲ \mid n+۲} \end{matrix}$$

$$\Rightarrow n+۲ \mid ۱ \Rightarrow \begin{cases} n+۲ = ۱ \Rightarrow n = -۱ & \text{غ ق ق} \\ n+۲ = -۱ \Rightarrow n = -۳ & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

رابطهٔ عاد کردن (*) به ازای $n = ۲$ به صورت $۰ \mid ۰$ تبدیل می‌شود که قابل قبول است و تنها $n = ۲$ جواب سؤال است.

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۶۴- **گزینهٔ «۱»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

بررسی موارد:

الف) درست

$$k = (۲n+۱)(۲n+۳) \Rightarrow k+۱ = (۲n+۱)(۲n+۳)+۱$$

$$= ۴n^۲ + ۸n + ۴ = (۲n+۲)^۲$$

ب) نادرست؛ حکم بیان شده نادرست است، مثلاً مجموع دو عدد $\sqrt{۲}$ و $-۲ + \sqrt{۲}$ عددی گویا است، پس نمی‌توان چنین حکمی را از طریق برهان خلف اثبات کرد.

پ) نادرست؛ مثلاً مجموع اعداد $۴ + ۳ + ۲ + ۱$ بر ۴ بخش‌پذیر نیست.

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۳ تا ۶)

۶۵- **گزینهٔ «۳»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

$$xy + ۳y - x^۲ + x = ۱ \Rightarrow y(x+۳) = x^۲ - x + ۱$$

$$\Rightarrow y = \frac{x^۲ - x + ۱}{x+۳} \Rightarrow x+۳ \mid x^۲ - x + ۱$$

$$\Rightarrow x+۳ \mid x^۲ - x + ۱ - x(x+۳)$$

$$\Rightarrow x+۳ \mid -۴x + ۱ \Rightarrow x+۳ \mid -۴x + ۱ + ۴(x+۳)$$

$$\Rightarrow x+۳ \mid ۱۳ \Rightarrow x+۳ = \pm ۱ \ , \ \pm ۱۳$$

به ازای مقادیر ۲- و ۱۰ به جای x مقدار ماکزیمم $y = ۷$ به دست می‌آید.

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۶۶- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا شریف‌طیبی)*

عوامل سازندهٔ ۱۰ اعداد ۲ و ۵ هستند و عدد ۲۰ به صورت $۲۰ = ۲^۲ \times ۵$ تجزیه می‌شود. a نباید عامل $۲^۲$ یا ۴ داشته باشد چون ب.م.م آن با عدد ۲۰ دیگر مقسوم‌علیه ۱۰ نخواهد شد. پس $a \neq ۴q$؛ تعداد مضارب ۴ در اعداد ۱ تا ۲۰۰ مساوی $۵۰ = [\frac{۲۰۰}{۴}]$ است، پس تعداد اعداد پذیرفته $۲۰۰ - ۵۰ = ۱۵۰$ می‌شود.

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۶۷- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا شریف‌طبیی)*

$$(a+1,\ 7a-4)=d \Rightarrow \begin{cases} d \mid 7a-4 \\ d \mid a+1 \xrightarrow{\times 7} d \mid 7a+7 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid 11$$

$$\begin{cases} d=1 \\ d=11 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

طبق اصل متمم ابتدا حالت‌هایی که ب.م. م برابر ۱۱ می‌شود را محاسبه می‌کنیم:

$$\Rightarrow 11 \mid a+1 \Rightarrow a+1=11k \Rightarrow a=11k-1$$

$$10 \le 11k-1 \le 99 \Rightarrow \frac{11}{11} \le k \le \frac{100}{11} \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} 1 \le k \le 9$$

به ازای ۹ مقدار دو رقمی a، دو عبارت مذکور، نسبت به هم اول نیستند، پس به ازای $81=9-90$ عدد دو رقمی این دو عبارت نسبت به هم اول‌اند.

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۶۸- **گزینهٔ «۴»** *(مصطفی دیداری)*

بررسی موارد:

الف) درست؛ با برهان خلف ثابت می‌شود که معکوس عدد گنگ، گنگ است. پس اگر x گنگ باشد $\frac{1}{x}$ نیز گنگ و اگر $\frac{1}{x}$ گنگ باشد معکوس آن یعنی x نیز گنگ است.

ب) نادرست؛ مثلاً $-2<-1$ درست است ولی $(-2)^2>(-1)^2$ نادرست است. پس از درستی $a>b$ نمی‌توانیم به درستی $a^2>b^2$ برسیم و این ترکیب دوشرطی نادرست است.

پ) درست؛ با استفاده از استدلال بازگشتی ثابت می‌شود اگر a عددی مثبت باشد $a+\frac{1}{a}\ge 2$ است:

$$a+\frac{1}{a}\ge 2 \xleftrightarrow{\times a} a^2+1\ge 2a \Leftrightarrow a^2-2a+1\ge 0 \Leftrightarrow \underbrace{(a-1)^2\ge 0}_{\text{همواره درست}}$$

اما عکس این رابطه هم درست است. چون اگر $a+\frac{1}{a}\ge 2$ درست باشد، $a>0$ باید باشد و a منفی یا صفر نمی‌تواند باشد پس این ترکیب دو شرطی درست است.

ت) درست؛ اگر ضرب دو عبارت صفر باشد یا اولی صفر است یا دومی. عکس مطلب هم درست است. اگر حداقل یکی از a یا b صفر باشد، $ab=0$ است. پس این ترکیب هم درست است.

بنابراین فقط یکی از ترکیب‌های دو شرطی نادرست است.

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۲ تا ۸)

۶۹- **گزینهٔ «۴»** *(مصطفی دیداری)*

گام اول: با توجه به اتحاد مربع دو جمله‌ای داریم:

$$x^2+y^2=2xy \Rightarrow x^2+y^2-2xy=0$$

$$\Rightarrow (x-y)^2=0 \Rightarrow x=y$$

گام دوم: باید دید تساوی $\frac{1}{a+b}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ چه زمانی برقرار می‌شود.

$$\frac{1}{a+b}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{b+a}{ab} \xrightarrow[\text{وسطین}]{\text{طرفین}} (b+a)^2=ab$$

$$\Rightarrow a^2+b^2+2ab=ab \Rightarrow a^2+b^2+ab=0$$

$$\xrightarrow{\times 2} 2a^2+2b^2+2ab=0 \Rightarrow a^2+a^2+b^2+b^2+2ab=0$$

$$\Rightarrow (a+b)^2+a^2+b^2=0 \Rightarrow \begin{cases} a+b=0 \\ a=0 \\ b=0 \end{cases}$$

اما طبق فرض هیچ کدام از عددهای a، b و $a+b$ صفر نیستند. پس چنین زوج مرتبی وجود ندارد.

(ریاضیات گسسته- مشابه تمرین ۵ صفحهٔ ۸)

۷۰- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق ویژگی‌های رابطهٔ عاد کردن داریم:

$$\left.\begin{array}{l} 4 \mid 3k+1 \xrightarrow{\times 4} 16 \mid 12k+4 \\ 4 \mid 3k+1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 16 \mid 9k^2+6k+1 \end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow{\text{مجموع}} 16 \mid 9k^2+18k+5$$

از طرفی $16 \mid 16k$، پس می‌توان نوشت:

$$16 \mid (9k^2+18k+5)-16k \Rightarrow 16 \mid 9k^2+2k+5$$

که طبق گزینه‌ها، عدد $m=2$ قابل قبول است.

توجه: به عنوان تمرین نشان دهید که در حالت کلی $m=16q+2$ خواهد بود.

(ریاضیات گسسته- صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

آمار و احتمال

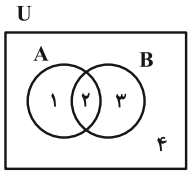
۷۱- **گزینهٔ «۱»** *(اسحاق اسفندیار)*

روش اول: برای هر دو مجموعهٔ دلخواه A و B داریم:

$$A'\cap B\subseteq B\subseteq A\cup B\Rightarrow A'\cap B\subseteq A\cup B$$

از طرفی طبق فرض $A\cup B\subseteq A'\cap B$، پس $A'\cap B=A\cup B$

حال نمودار ون را برای دو مجموعهٔ دلخواه A و B رسم کرده و نواحی را مطابق شکل شماره‌گذاری می‌کنیم:



با توجه به شمارهٔ ناحیه‌ها، دو مجموعهٔ $A'\cap B$ و $A\cup B$ را مشخص می‌کنیم.

$$A\cup B=\{۱,۲,۳\}\ ,\ A'\cap B=B-A=\{۳\}$$

چون نواحی جدا از هم هستند، تساوی این دو مجموعه تنها در صورتی امکان‌پذیر است که دو ناحیهٔ ۱ و ۲ تهی باشند، یعنی $A=\varnothing$.

روش دوم: مانند روش اول ابتدا نتیجه می‌گیریم: $A'\cap B=A\cup B$

حال از طرفین رابطهٔ فوق با مجموعهٔ A اشتراک می‌گیریم. داریم:

$$A\cap(A'\cap B)=A\cap(A\cup B)$$

$$\Rightarrow\underbrace{(A\cap A')}_{\varnothing}\cap B=\underbrace{A\cap(A\cup B)}_{\text{قانون جذب}}\Rightarrow\varnothing=A$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۳۰)

۷۲- **گزینهٔ «۳»** *(نیلوفر مهدوی)*

نکته: طبق قانون جذب $A\cup(A\cap B)=A$ و $A\cap(A\cup B)=A$ است. در نتیجه:

$$A'\cap[((A\cup B)-B)\cup\overbrace{(A\cap(A\cup B))'}^{A}]$$

$$=A'\cap[\underbrace{((A\cup B)\cap B')}_{C}\cup A']$$

$$=\underbrace{A'\cap[C\cup A']}_{\text{قانون جذب}}=A'$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۹)

۷۳- **گزینهٔ «۴»** *(عباس الهی)*

چون $(B-A)\subseteq(B\cup A)$ است پس حاصل $[(B\cup A)\cup(B-A)]$ برابر $B\cup A$ خواهد شد، در نتیجه:

$$[(B\cup A)\cup(B-A)]\cup[(C-B)\cup A]$$

$$=(B\cup A)\cup[(C-B)\cup A]$$

$$=[(B\cup A)\cup A]\cup(C-B)=(B\cup A)\cup(C\cap B')$$

$$=(A\cup B)\cup(C\cap B')=A\cup(B\cup(C\cap B'))$$

$$=A\cup[(B\cup C)\cap(B\cup B')]=A\cup[(B\cup C)\cap U]$$

$$=A\cup(B\cup C)\overset{B\subseteq C}{=\!=}A\cup C\xrightarrow{\text{متمم}}(A\cup C)'=A'\cap C'$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۹)

۷۴- **گزینهٔ «۴»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

مجموعه‌های صورت سؤال عبارتند از:

$$A=\{۱\ ,\ ۳\ ,\ ۵\ ,\ ۷\}$$

$$B=\{-۱\ ,\ ۰\ ,\ ۱\ ,\ ۲\ ,\ ۳\}$$

$$C=\{-۱\ ,\ ۰\ ,\ ۱\}$$

پس $A-C$ دارای ۳ عضو و $B\cap C$ نیز دارای ۳ عضو است.

بنابراین $(A-C)\times(B\cap C)$ دارای ۹ عضو خواهد بود و تعداد زیرمجموعه‌های آن برابر $۲^۹=۵۱۲$ می‌باشد.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۷۵- **گزینهٔ «۱»** *(سوگند روشنی)*

دو مجموعهٔ اول را ساده می‌کنیم:

$$(۱):\ (A\cap B')\cup\underbrace{(A'\cup(A\cap B'))'}_{A'\cup B'}$$

$$=(A-B)\cup\underbrace{(A'\cup B')'}_{A\cap B}=A\xrightarrow{\text{فرض}}n(A)=۶$$

$$(۲):\ B\cap(A'\cup B)\overset{\text{جذب}}{=\!=}B\xrightarrow{\text{فرض}}n(B)=۵$$

در نتیجه برای ضرب دکارتی داده شده داریم:

$$|(A\times B)\cup(B\times A)|$$

$$=|A\times B|+|B\times A|-|(A\times B)\cap(B\times A)|$$

$$=\underbrace{۲|A||B|}_{۲\times۶\times۵}-|A\cap B|^۲=۵۶\Rightarrow|A\cap B|=۲$$

توجه: منظور از $|A|$ همان $n(A)$، یعنی تعداد اعضای مجموعهٔ A است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۳۳)

۷۶- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

ابتدا پیشامدهای A، B و C و سپس پیشامدهای $C-A$، $B-C$، $A-B$ و $A\cap B$ را مشخص می‌کنیم:

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

$A = \{(پ ، پ ، د) ، (پ ، د ، پ) ، (د ، پ ، پ) ، (پ ، پ ، پ)\}$

$B = \{(د ، پ ، د) ، (پ ، پ ، د) ، (د ، د ، پ) ، (پ ، د ، پ)\}$

$C = \{(د ، د ، د) ، (پ ، د ، د) ، (د ، پ ، د) ، (پ ، پ ، د)\}$

$C - A = \{(د ، د ، د) ، (پ ، د ، د) ، (د ، پ ، د)\}$

$B - C = \{(د ، د ، پ) ، (پ ، د ، پ)\}$

$A - B = \{(د ، پ ، پ) ، (پ ، پ ، پ)\}$

$A \cap B = \{(پ ، پ ، د) ، (پ ، د ، پ) ، (د ، پ ، پ)\}$

در بین گزینه‌ها تنها دو پیشامد $A - B$ و C فاقد اشتراک بوده و در نتیجه ناسازگار هستند.

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۷۷- **گزینهٔ «۱»** *(اسماق اسفندیار)*

فضای نمونه‌ای S همان مجموعهٔ صورت سؤال است. اگر A و B مجموعه اعدادی از S باشند که به ترتیب مضرب ۵ و مضرب ۷ هستند، در این صورت:

$$n(A) = [\frac{۳۰۰}{۵}] = ۶۰ \quad , \quad n(B) = [\frac{۳۰۰}{۷}] = ۴۲$$

$$n(A \cap B) = [\frac{۳۰۰}{۵ \times ۷}] = ۸$$

تعداد اعضای پیشامد مورد نظر برابر است با:

$$n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = n(S) - [n(A) + n(B) - n(A \cap B)]$$

$$= ۳۰۰ - [۶۰ + ۴۲ - ۸] = ۲۰۶$$

$$P(A' \cap B') = \frac{n(A' \cap B')}{n(S)} = \frac{۲۰۶}{۳۰۰} = \frac{۱۰۳}{۱۵۰}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

۷۸- **گزینهٔ «۲»** *(روح‌اله حسنی)*

قرار می‌دهیم:

$$۱۰P(A - B) = ۱۵P(A \cap B) = ۶P(B - A) = ۳۰k$$

بنابراین:

$$P(A - B) = ۳k \quad , \quad P(A \cap B) = ۲k \quad , \quad P(B - A) = ۵k$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A - B) + P(A \cap B) + P(B - A)$$

$$= ۳k + ۲k + ۵k = ۱۰k$$

$$\Rightarrow P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = ۱ - P(A \cup B) = ۱ - ۱۰k$$

چون $P(A' \cap B') = \frac{۱}{۶}$، پس:

$$۱ - ۱۰k = \frac{۱}{۶} \Rightarrow ۱۰k = \frac{۵}{۶} \Rightarrow k = \frac{۱}{۱۲}$$

بنابراین:

$$P(B) = P(B - A) + P(A \cap B) = ۵k + ۲k = ۷k = \frac{۷}{۱۲}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۷۹- **گزینهٔ «۲»** *(عباس الهی)*

با توجه به صورت سؤال داریم:

$$P(e) = ۲P(d) = ۲^۲ P(c) = ۲^۳ P(b) = ۲^۴ P(a)$$

از طرفی داریم: $P(a) + P(b) + P(c) + P(d) + P(e) = ۱$

$$\Rightarrow P(a) + ۲P(a) + ۲^۲ P(a) + ۲^۳ P(a) + ۲^۴ P(a) = ۱$$

$$\Rightarrow ۳۱P(a) = ۱ \Rightarrow P(a) = \frac{۱}{۳۱}$$

پس احتمال پیشامد مورد نظر برابر است با:

$$P(\{a , d\}) = P(a) + P(d) = P(a) + ۲^۳ P(a)$$

$$\Rightarrow P(\{a , d\}) = ۹P(a) \Rightarrow P(\{a , d\}) = \frac{۹}{۳۱}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۸۰- **گزینهٔ «۴»** *(روح‌اله حسنی)*

فرض کنید $P(a_۲) = k$ پس $P(a_۱) = ۲k$ و داریم:

$$P(a_۳) = k + ۲k = ۳k$$

$$P(a_۴) = ۳k + k = ۴k$$

$$P(a_۵) = ۴k + ۳k = ۷k$$

$$P(a_۶) = ۷k + ۴k = ۱۱k$$

از طرفی:

$$P(a_۱) + P(a_۲) + P(a_۳) + P(a_۴) + P(a_۵) + P(a_۶) = ۱$$

$$\Rightarrow ۲k + k + ۳k + ۴k + ۷k + ۱۱k \Rightarrow ۲۸k = ۱ \Rightarrow k = \frac{۱}{۲۸}$$

بنابراین احتمال پیشامد مورد نظر برابر می‌شود با:

$$P(\{a_۳ , a_۴ , a_۶\}) = P(a_۳) + P(a_۴) + P(a_۶)$$

$$= ۳k + ۴k + ۱۱k = ۱۸k = \frac{۱۸}{۲۸} = \frac{۹}{۱۴}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

فیزیک ۳

۸۱- گزینهٔ «۴» *(محمدرضا نصیری)*

هنگامی که سرعت منفی است، متحرک در خلاف جهت محور x جابه‌جا شده است. (درستی گزینهٔ «۴»)

بررسی علت نادرستی سایر گزینه‌ها:

۱) در این بازه اندازهٔ سرعت به صفر کاهش می‌یابد، پس حرکت کندشونده است.

۲) در این لحظات اندازهٔ سرعت به بیشینه مقدار خود رسیده است.

۳) در این بازه، تغییرات سرعت مخالف صفر است، پس شتاب متوسط صفر نیست.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱ تا ۱۳)

(مکمل پرسش ۱۳ آخر فصل صفحهٔ ۲۷ کتاب درسی)

۸۲- گزینهٔ «۳» *(علی برزگر)*

بردار مکان جسم، بعد از عبور از نقطهٔ $x=0$ تغییر جهت می‌دهد. برای تعیین علامت x، کافی است ریشه‌های معادله را تعیین کنیم:

$$x=t^3-8t^2+15t=t(t-3)(t-5)\Rightarrow\begin{cases}t_1=3\,s\\t_2=5\,s\\t_3=0\end{cases}$$

با تعیین علامت تابع می‌توان دید مکان متحرک در بازهٔ زمانی $t_1=3$ تا $t_2=5$ منفی است. پس متحرک تنها ۲ ثانیه در قسمت منفی محور x حرکت کرده و باقی مدت زمان ۱۰ ثانیه یعنی ۸ ثانیه دارای مکان مثبت بوده است. از طرفی چون معادلهٔ حرکت جسم دارای ۳ ریشهٔ قابل قبول است پس به راحتی می‌توان فهمید که متحرک حداقل ۲ بار تغییر جهت حرکت داشته است.

t	$-\infty$		0		3		5		$+\infty$
x		−	0	+	0	−	0	+	

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳ تا ۸)

۸۳- گزینهٔ «۳» *(مهران اسماعیلی)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست؛ در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 سرعت مثبت است. یعنی متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند. اما چون مکان اولیهٔ متحرک مشخص نیست نمی‌توان در مورد دور یا نزدیک شدن متحرک به مبدأ مکان اظهارنظر قطعی کرد.

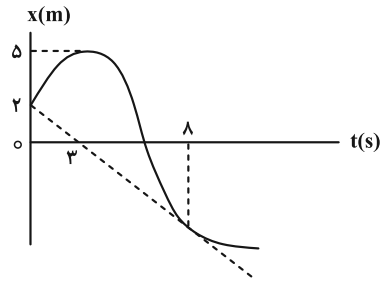
۲) نادرست؛ در لحظهٔ t_2 سرعت مثبت است و علامت سرعت تغییر نمی‌کند که متحرک تغییر جهت دهد.

۳) درست؛ در بازهٔ زمانی t_2 تا t_3 سرعت مثبت است. اما شیب نمودار سرعت- زمان که معرف شتاب متحرک است منفی می‌باشد. بنابراین بردار سرعت و شتاب در خلاف جهت یکدیگر هستند.

۴) نادرست؛ در بازهٔ زمانی t_3 تا t_4 سرعت متحرک منفی است. اما چون مکان اولیهٔ متحرک مشخص نیست نمی‌توان در مورد جهت بردار مکان اظهارنظر قطعی کرد.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۸ تا ۱۲)

۸۴- گزینهٔ «۴» *(محمدکاظم منشاری)*



سرعت در لحظهٔ $t=8\,s$ برابر با شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در این لحظه می‌باشد. خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t=8\,s$ دارای شیب منفی است و اندازهٔ شیب را به کمک مثلث تشکیل شده از ۰ تا ۳s می‌یابیم:

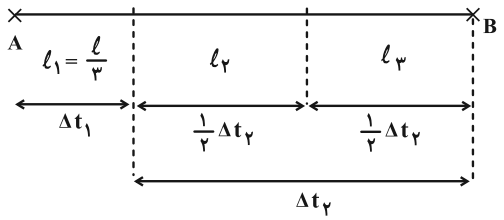
$$v_8=\frac{0-2}{3-0}=-\frac{2}{3}\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۴ تا ۹)

(مشابه تمرین ۱- ۳ صفحهٔ ۱۰ کتاب درسی)

۸۵- گزینهٔ «۲» *(محمدرضا خادمی)*

هنگامی که مسیر حرکت بخش‌بندی شده باشد، جهت به دست آوردن تندی متوسط ابتدا باید زمان طی شده را در هر قسمت محاسبه کنیم. اگر کل مسافت پیموده شده را ℓ در نظر بگیریم، داریم:



$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\Rightarrow s_{av_1}=\frac{\ell_1}{\Delta t_1}\Rightarrow 10=\frac{\frac{1}{3}\ell}{\Delta t_1}\Rightarrow \Delta t_1=\frac{\ell}{30}$$

$$\left.\begin{aligned}s_{av_2}&=\frac{\ell_2}{\frac{1}{2}\Delta t_2}=2\Rightarrow \Delta t_2=\ell_2\\ s_{av_3}&=\frac{\ell_3}{\frac{1}{2}\Delta t_2}=8\Rightarrow \Delta t_2=\frac{\ell_3}{4}\end{aligned}\right\}\Rightarrow \ell_2=\frac{\ell_3}{4}\Rightarrow \ell_3=4\ell_2$$

$$\Rightarrow \ell_2+\ell_3=\frac{2}{3}\ell\Rightarrow \ell_2=\frac{2\ell}{15}$$

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t_{کل}}=\frac{\ell}{\Delta t_1+\Delta t_2}=\frac{\ell}{\frac{\ell}{30}+\frac{2\ell}{15}}=\frac{\ell}{\frac{5\ell}{30}}=6\frac{m}{s}$$

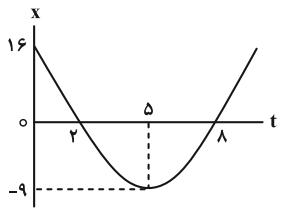
(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳ تا ۹)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۸۶- **گزینهٔ «۲»** (مهدی شریفی)

ابتدا نمودار مکان- زمان متحرک را که یک سهمی است، رسم می‌کنیم.

در ۸s اول، از ۰ تا ۲s بردار مکان متحرک در جهت محور x و از ۲s تا ۸s بردار مکان متحرک خلاف جهت محور x است.



$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}=\frac{6s}{2s}=3$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

۸۷- **گزینهٔ «۱»** (محمدرضا خادمی)

از تعریف شتاب متوسط در بازهٔ (۶s ، ۱۸s) داریم:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_{18}-v_6}{18-6}=\frac{12-15}{12}=-\frac{1}{4}\frac{m}{s^2}$$

در بازهٔ (۸s ، ۱۲s) داریم:

$$a_{av}=\frac{v_{12}-v_8}{12-8}=\frac{21-15}{4}=\frac{6}{4}=1/5\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

(مشابه تمرین ۱- ۵ صفحهٔ ۱۳ کتاب درسی)

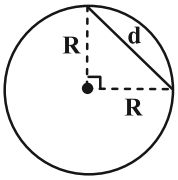
۸۸- **گزینهٔ «۳»** (محمدکاظم منشادی)

مسافت طی شده در مدت ۹ ثانیه برابر است با:

$$\ell=s_{av}\times\Delta t=5\times9=45m$$

تعداد دورهایی که متحرک محیط دایره را می‌پیماید برابر است با:

$$N=\frac{\ell}{2\pi R}=\frac{45}{2\times3\times30}=\frac{1}{4}$$



$$v_{av}=\frac{d}{\Delta t}=\frac{\sqrt{2}R}{\Delta t}=\frac{\sqrt{2}\times30}{9}=\frac{10\sqrt{2}}{3}\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳ تا ۵)

۸۹- **گزینهٔ «۲»** (علیرضا جباری)

رابطه‌های سرعت متوسط و تندی متوسط در این ۶ ثانیه را می‌نویسیم و اختلاف آن‌ها را برابر با $2\frac{m}{s}$ قرار می‌دهیم.

$$s_{av}-|v_{av}|=2\Rightarrow\frac{\ell}{\Delta t}-\frac{|\Delta x|}{\Delta t}=2\xrightarrow[\Delta t=6s]{\ell=3|\Delta x|}$$

$$\frac{3|\Delta x|-|\Delta x|}{6}=2\Rightarrow2|\Delta x|=12\Rightarrow|\Delta x|=6m$$

اکنون می‌توانیم مسافت طی شده و تندی متوسط را به‌دست آوریم:

$$\ell=3|\Delta x|\xrightarrow{|\Delta x|=6m}\ell=3\times6=18m$$

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{18}{6}=3\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳ و ۵)

(مکمل پرسش ۱- ۲ کتاب درسی)

۹۰- **گزینهٔ «۴»** (رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش)

بررسی موارد:

الف) هرگز نمی‌تواند رخ دهد؛ ثابت بودن بردار سرعت متحرک به این معنی است که اندازه و جهت سرعت ثابت است. بنابراین تندی متحرک نیز همواره ثابت و برابر با اندازهٔ سرعت خواهد بود.

ب) درست؛ اگر تندی حرکت ثابت باشد اندازهٔ سرعت متحرک ثابت است ولی جهت بردار سرعت می‌تواند تغییر کند و در نتیجه بردار سرعت تغییر خواهد کرد.

ج) درست؛ مطابق توضیح قسمت (ب) در حرکت با تندی ثابت، جهت سرعت می‌تواند تغییر کند و در نتیجه با تغییر بردار سرعت، حرکت شتابدار خواهد بود.

د) هرگز نمی‌تواند رخ دهد؛ در حرکت با سرعت ثابت، اندازه و جهت بردار سرعت همواره ثابت است، بنابراین بردار سرعت تغییری نخواهد کرد و در نتیجه حرکت شتابدار نخواهد بود.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۵ تا ۱۳)

۹۱- **گزینهٔ «۱»** (مهدی شریفی)

سرعت در مرحلهٔ اول $4v$ و در مرحلهٔ دوم $4v+10$ است و چون جابه‌جایی‌ها برابر است:

$$\Delta x_1=\Delta x_2\Rightarrow4v\times10=(4v+10)\times8$$

$$\Rightarrow40v=32v+80\Rightarrow8v=80\Rightarrow v=10\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

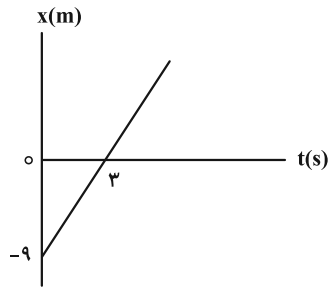
۹۲- **گزینهٔ «۴»** *(رحمت‌اله فیرالله‌زاده‌سماکوش)*

با توجه به این‌که حرکت با سرعت ثابت (حرکت یکنواخت) است، سرعت متوسط متحرک در هر بازهٔ زمانی برابر با سرعت لحظه‌ای متحرک است.

پس: $v_{av} = v = ۳\frac{m}{s}$

با توجه به این‌که متحرک در لحظهٔ $t = ۰$ در $x_۰ = -۹m$ قرار دارد، معادلهٔ حرکت متحرک به صورت مقابل است: $x = ۳t - ۹$

با توجه به این معادله می‌فهمیم که در $t = ۳s$، x مساوی صفر می‌شود. از طرفی شیب نمودار (ضریب t) نیز مثبت می‌باشد. بنابراین نمودار $x-t$ به صورت زیر می‌شود:



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(مشابه پرسش ۱۴ آخری فصل صفحهٔ ۲۷ کتاب درسی)

۹۳- **گزینهٔ «۱»** *(حسین الهی)*

در لحظهٔ $t = ۱۰s$ دو متحرک به هم می‌رسند:

$$\left.\begin{matrix} x_A = v_A t + ۱۰ \\ x_B = v_B t - ۱۵ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} t = ۱۰s \\ x_A = x_B \end{cases} \Rightarrow ۱۰v_A + ۱۰ = ۱۰v_B - ۱۵$$

$$\Rightarrow ۱۰(v_B - v_A) = ۲۵ \Rightarrow v_B - v_A = ۲/۵\frac{m}{s} \qquad (I)$$

در لحظهٔ t فاصلهٔ دو متحرک برابر ۵۰ است.

$$d = |x_A| + x_B \Rightarrow ۵۰ = |-۱۵| + x_B \Rightarrow x_B = ۳۵m$$

$$\begin{cases} ۳۵ = v_B t - ۱۵ \Rightarrow v_B t = ۵۰ \\ -۱۵ = v_A t + ۱۰ \Rightarrow v_A t = -۲۵ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم طرفین معادله بر هم}} \frac{v_B}{v_A} = -۲ \qquad (II)$$

$$\xrightarrow{(II),(I)} -۳v_A = ۲/۵ \Rightarrow v_A = -\frac{۲۵}{۳۰} = -\frac{۵}{۶}\frac{m}{s} \Rightarrow v_B = \frac{۵}{۳}\frac{m}{s}$$

برای به‌دست آوردن لحظه‌ای که متحرک A از مبدأ مکان $(x = ۰)$ می‌گذرد، داریم:

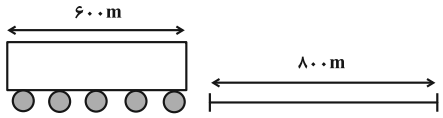
$$x_A = -\frac{۵}{۶}t + ۱۰ \xrightarrow{x=۰} -۱۰ = -\frac{۵}{۶}t \Rightarrow t = ۱۲s$$

در این لحظه مکان متحرک B برابر است با:

$$x_B = \frac{۵}{۳}t - ۱۵ \Rightarrow x_B = \frac{۵}{۳}(۱۲) - ۱۵ = ۲۰ - ۱۵ = ۵m$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۹۴- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا خادمی)*



مدت زمان $t_۱$ مدت زمانی است که کل قطار از روی پل عبور خواهد کرد، یعنی جابه‌جایی آن $\Delta x = ۱۴۰۰m$ خواهد بود و مدت زمان $t_۲$، مدت زمانی است که تمام قطار روی پل خواهد بود، یعنی جابه‌جایی آن $\Delta x' = ۲۰۰m$ است.

$$\Delta x = vt_۱ \Rightarrow ۱۴۰۰ = ۴۰ \times t_۱ \Rightarrow t_۱ = ۳۵s$$

$$\Delta x' = vt_۲ \Rightarrow ۲۰۰ = ۴۰ \times t_۲ \Rightarrow t_۲ = ۵s$$

$$\Rightarrow t_۱ - t_۲ = ۳۰s$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۹۵- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا جباری)*

نمودار مکان- زمان هر یک از دو متحرک A و B به صورت خط راست است، بنابراین سرعت هر یک از آن‌ها ثابت بوده و می‌توان نوشت:

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad , \quad x = vt + x_۰$$

$$v_A = \frac{۱۸ - ۱۰}{۶ - ۰} = \frac{۴}{۳}\frac{m}{s} \Rightarrow x_A = \frac{۴}{۳}t + ۱۰$$

$$v_B = \frac{۱۰ - ۰}{۶ - ۰} = \frac{۵}{۳}\frac{m}{s} \Rightarrow x_B = \frac{۵}{۳}t$$

اکنون معادلهٔ مکان دو متحرک را با هم برابر قرار می‌دهیم تا لحظه‌ای که آن دو به هم می‌رسند به‌دست آید:

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{۴}{۳}t + ۱۰ = \frac{۵}{۳}t \Rightarrow ۱۰ = \frac{۱}{۳}t \Rightarrow t = ۳۰s$$

مکان دو متحرک را در این لحظه پیدا می‌کنیم:

$$t = ۳۰s \Rightarrow x_A = x_B = \frac{۵}{۳} \times ۳۰ = ۵۰m$$

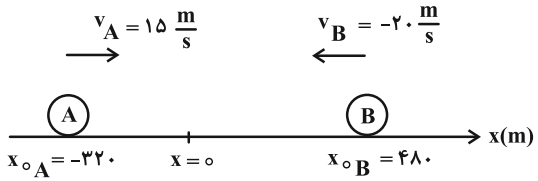
$$\Delta x_A = x_A - x_{۰A} = ۵۰ - ۱۰ = ۴۰m \Rightarrow \Delta \vec{x}_A = (۴۰m)\,\vec{i}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(مشابه پرسش ۱۶ آخر فصل صفحهٔ ۲۷ کتاب درسی)

۹۶- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی نکوئیان)*

با توجه به شکل زیر، برای این‌که دو متحرک در فاصلهٔ ۵۲/۵ متری از یکدیگر قرار گیرند، می‌توان نوشت:



سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

$$x_B - x_A = 52/5\,m \Rightarrow -20t_1 + 480 - 15t_1 + 320 = 52/5$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{800 - 52/5}{35}$$

$$x_A - x_B = 52/5\,m \Rightarrow 15t_2 - 320 + 20t_2 - 480 = 52/5$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{800 + 52/5}{35}$$

در نهایت اختلاف دو زمان t_1 و t_2 را به‌دست می‌آوریم:

$$t_2 - t_1 = \frac{52/5}{35} + \frac{52/5}{35} = \frac{105}{35} = 3s$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۹۷- **گزینهٔ «۳»** *(حسین الهی)*

ساده‌ترین نوع حرکت، حرکت با سرعت ثابت است. در این نوع حرکت، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است.

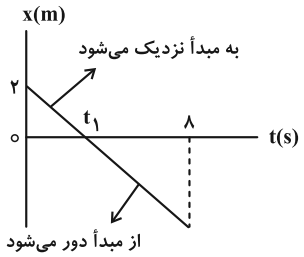
(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱ تا ۱۵)

۹۸- **گزینهٔ «۳»** *(رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش)*

مطابق شکل، از لحظهٔ $t = 0$ تا t_1، متحرک به مبدأ مکان نزدیک می‌شود و از لحظه t_1 تا $t = 8s$، از مبدأ مکان دور می‌شود. طبق صورت سؤال این متحرک ۶ ثانیه از حرکت را در حال دور شدن از مبدأ مکان بوده است.

بنابراین:

$$8 - t_1 = 6s \Rightarrow t_1 = 2s$$



بنابراین متحرک در مدت زمان ۲s از مکان $x_0 = 2m$ به مبدأ مکان رسیده است:

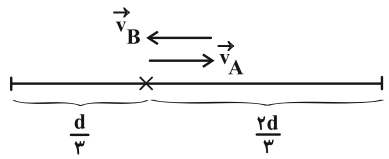
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0-2}{2-0} = -1\frac{m}{s} \quad , \quad x = vt + x_0$$

$$\xrightarrow{v=v_{av}} x = -t + 2 \xrightarrow{t=7s} x = -7 + 2 = -5m$$

$$\Rightarrow \vec{d}_1 = -5(m)\vec{i}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۹۹- **گزینهٔ «۲»** *(مهران اسماعیلی)*



اندازهٔ جابه‌جایی‌ها قبل از رسیدن دو اتومبیل به یکدیگر:

$$\begin{cases} A\text{ اتومبیل}: \frac{d}{3} = v_A t \\ B\text{ اتومبیل}: \frac{2d}{3} = v_B t \end{cases} \Rightarrow \frac{\frac{2d}{3}}{\frac{d}{3}} = \frac{v_B t}{v_A t} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = 2$$

اندازهٔ جابه‌جایی‌ها بعد از رسیدن دو اتومبیل به یکدیگر:

$$\begin{cases} A\text{ اتومبیل}: \frac{2d}{3} = v_A t_A \\ B\text{ اتومبیل}: \frac{d}{3} = v_B t_B \end{cases} \Rightarrow \frac{\frac{2d}{3}}{\frac{d}{3}} = \frac{v_A}{v_B} \times \frac{t_A}{t_B}$$

$$\xrightarrow[t_A = 60s]{\frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{2}} 2 = \frac{1}{2} \times \frac{60}{t_B} \Rightarrow t_B = 15s$$

حال با نوشتن معادلهٔ $\Delta x = vt$ برای اتومبیل B، قبل از رسیدن به هم و بعد از رسیدن به هم داریم:

$$B\text{ اتومبیل}: \begin{cases} \frac{2d}{3} = v_B t \\ \frac{d}{3} = v_B t_B \end{cases} \Rightarrow \frac{\frac{2d}{3}}{\frac{d}{3}} = \frac{t}{t_B}$$

$$\xrightarrow{t_B = 15s} 2 = \frac{t}{15} \Rightarrow t = 30s$$

$$\text{کل زمان حرکت اتومبیل B} = 15 + 30 = 45s$$

روش دوم: با استفاده از تناسب کافی است برای هر اتومبیل به‌طور مجزا تناسب تشکیل دهیم:

$$A\text{ اتومبیل}: \begin{array}{c|c} \frac{2d}{3} & 60s \\ \hline \frac{d}{3} & t \end{array} \Rightarrow t = 30s$$

$$B\text{ اتومبیل}: \begin{array}{c|c} \frac{2d}{3} & 30s \\ \hline \frac{d}{3} & t_B \end{array} \Rightarrow t_B = 15s$$

$$\text{کل زمان حرکت اتومبیل B} = 30 + 15 = 45s$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۰۰- **گزینهٔ «۳»** *(مسعود خندانی)*

چون تندی متحرک به $v = 0$ (محور زمان) نزدیک می‌شود، پس حرکت کندشونده است. از طرفی چون سرعت متحرک منفی است در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. اندازهٔ شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان (که برابر اندازهٔ شتاب است) در حال کاهش است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

فیزیک ۱

۱۰۱- گزینهٔ «۳» *(رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش)*

در اثر گرم و نرم شدن شیشه، فاصلهٔ بین تعداد زیادی از مولکول‌ها در حد فاصلهٔ بین مولکولی می‌شود و نیروی کوتاه‌برد مولکولی می‌تواند اثر کند و مولکول‌ها یکدیگر را جذب می‌کنند.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۲۸ و ۲۹)

۱۰۲- گزینهٔ «۲» *(علی خلیلی)*

ابتدا فشار کل را در عمقی که شناگر شنا می‌کند، به‌دست می‌آوریم:

$$P_0 = 100\,kPa = 100\,kPa \times \left(\frac{1\,Pa}{10^{-3}\,kPa}\right) = 10^5\,Pa$$

$$P = P_0 + \rho gh = 10^5 + 1000 \times 10 \times 2 = 12 \times 10^4\,Pa$$

این فشار باعث می‌شود به همهٔ نقاط بدن این شناگر از جمله پردهٔ گوش او نیرو وارد می‌شود که طبق رابطهٔ $P = \frac{F}{A}$، مقدار این نیرو برابر است با:

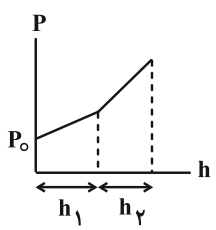
$$F = PA = (12 \times 10^4\,Pa) \times \left(1\,cm^2 \times \left(\frac{1\,m}{10^2\,cm}\right)^2\right)$$

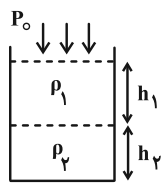
$$= 12 \times 10^4 \times 1 \times 10^{-4} = 12\,N$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷)

۱۰۳- گزینهٔ «۴» *(رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش)*

فشار در سطح مایع برابر P_0 است (رد گزینهٔ «۳») و هر چه در مایع پایین‌تر برویم فشار افزایش می‌یابد. نمودار فشار برحسب فاصله از سطح آزاد مایع به صورت زیر است:





در هر مرحله نمودار فشار برحسب ارتفاع یک خط راست غیرموازی با محور افقی و با شیب مثبت ρg است. چگالی مایع پایینی بیشتر است، بنابراین شیب آن نیز بیشتر است (رد گزینه‌های «۱» و «۲») و گزینهٔ «۴» درست است.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

۱۰۴- گزینهٔ «۴» *(مهران اسماعیلی)*

با داشتن جرم آب و جیوه می‌توان نسبت ارتفاع آب و جیوه را تعیین کرد:

آب: $m_1 = \rho_1 V_1 = \rho_1 A h_1$

جیوه: $m_2 = \rho_2 V_2 = \rho_2 A h_2$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{\rho_1 A h_1}{\rho_2 A h_2} \xrightarrow[\rho_1 = 1\frac{g}{cm^3},\ \rho_2 = 13/6\frac{g}{cm^3}]{m_1 = 15g,\ m_2 = 120g}$$

$$\frac{15}{120} = \frac{1 \times h_1}{13/6 \times h_2} \Rightarrow h_1 = 1/7\,h_2$$

$$P_{آب} + P_{جیوه} = 30600\,Pa \xrightarrow{P=\rho gh} \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = 30600$$

$$\xrightarrow[h_1 = 1/7 h_2,\ g = 10\frac{N}{kg}]{\rho_1 = 1000\frac{kg}{m^3},\ \rho_2 = 13600\frac{kg}{m^3}}$$

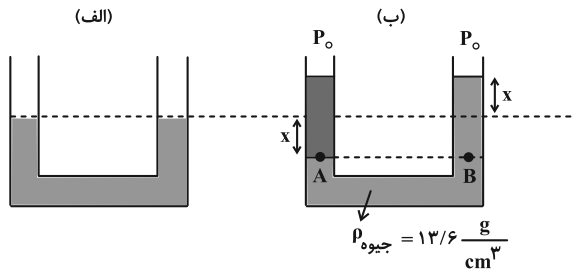
$$1000 \times 1/7 h_2 \times 10 + 13600 \times 10 \times h_2 = 30600$$

$$\Rightarrow 153000 h_2 = 30600 \Rightarrow h_2 = 0/2\,m = 20\,cm$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۵)

۱۰۵- گزینهٔ «۳» *(ابوالفضل نکومنشی نژاد)*

وقتی مایع را به شاخهٔ سمت چپ اضافه می‌کنیم تعادل به هم می‌خورد و مقداری جیوه در شاخهٔ سمت چپ پایین آمده و در شاخهٔ سمت راست بالا می‌رود و چون سطح مقطع دو شاخه یکسان است، هر اندازه که جیوه در شاخهٔ سمت چپ پایین آید، به همان اندازه در شاخهٔ سمت راست بالا می‌رود:



حال تساوی فشار در نقاط هم‌تراز A و B را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} P_A = \frac{F_A}{A} + P_0 \\ P_B = \rho gh + P_0 \end{cases} \Rightarrow P_A = P_B \Rightarrow \frac{F_A}{A} + P_0 = \rho gh + P_0$$

$$\xrightarrow{F_A = mg} \frac{m_A g}{A} = \rho g(2x)$$

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

$$m_A = ۸۱۶\times۱۰^{-۳}\,kg$$

$$A = ۴\times۱۰^{-۴}\,m^۲$$

$$\rho = ۱۳۶۰۰\frac{kg}{m^۳}$$

$$\frac{۸۱۶\times۱۰^{-۳}}{۴\times۱۰^{-۴}} = ۱۳۶۰۰\times۲x$$

$$\Rightarrow x = ۰/۰۷۵\,m \Rightarrow x = ۷/۵\,cm$$

همان‌طور که در شکل (ب) می‌بینید، در این حالت اختلاف سطح جیوه در دو طرف لوله، برابر $۲x = ۱۵\,cm$ است.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۵)

۱۰۶- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا جباری)*

ابتدا ارتفاع قائم جیوه درون لولهٔ بارومتر را حساب می‌کنیم:

$$h = \ell\sin\alpha \xrightarrow[\alpha=۳۰^\circ]{\ell=۱۲۰\,cm} h = ۱۲۰\sin۳۰^\circ = ۱۲۰\times۰/۵ = ۶۰\,cm$$

پس فشار محیط ۶۰ سانتی‌متر جیوه است. این فشار را برحسب پاسکال به‌دست می‌آوریم:

$$P_\circ = \rho_{جیوه}gh_{جیوه} = ۱۳۶۰۰\times۱۰\times\frac{۶}{۱۰} = ۸۱۶۰۰\,Pa$$

اکنون حجم قسمت پایین و بالای ظرف محتوی مایع را محاسبه می‌کنیم:

$$V_۱ = A_۱h_۱ = ۵۰\times۴۰ = ۲۰۰۰\,cm^۳$$ قسمت پایین

$$V_۲ = V - V_۱ = ۲۵۰۰ - ۲۰۰۰ = ۵۰۰\,cm^۳$$ قسمت بالا

سپس ارتفاع مایع در قسمت بالای ظرف و ارتفاع کل مایع را حساب می‌کنیم:

$$V_۲ = A_۲h_۲ \Rightarrow ۵۰۰ = ۱۰h_۲ \Rightarrow h_۲ = ۵۰\,cm$$

$$h = h_۱ + h_۲ = ۴۰ + ۵۰ = ۹۰\,cm$$

در پایان نیروی وارد بر کف ظرف را پیدا می‌کنیم:

$$F = PA_۱ = (P_\circ + \rho gh)A_۱ = (۸۱۶۰۰ + ۱۲۰۰\times۱۰\times۰/۹)\times۵۰\times۱۰^{-۴}$$

$$F = ۹۲۴۰۰\times۵\times۱۰^{-۳} = ۴۶۲\,N$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۱۰۷- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا نصیری)*

$$A_۱v_۱ = A_۲v_۲ \Rightarrow \frac{\pi}{۴}D_۱^۲v_۱ = \frac{\pi}{۴}D_۲^۲v_۲$$

$$\Rightarrow \begin{cases} D_A^۲v_A = D_B^۲v_B \Rightarrow ۵^۲\times۲۷ = ۱۵^۲\times v_B \\ \Rightarrow (\frac{۵}{۱۵})^۲\times۲۷ = v_B \Rightarrow v_B = ۳\frac{m}{s} \\ D_A^۲v_A = D_C^۲v_C \Rightarrow ۵^۲\times۲۷ = ۳۰^۲\times v_C \\ \Rightarrow (\frac{۵}{۳۰})^۲\times۲۷ = v_C \Rightarrow v_C = ۰/۷۵\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_B - v_C = ۲/۲۵\frac{m}{s}$$

طبق اصل برنولی با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد و بالعکس.

پس چون $v_A > v_B > v_C$ می‌توان گفت: $P_A < P_B < P_C$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

۱۰۸- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی نکوئیان)*

با توجه به شکل، جسم‌های A و B غوطه‌ور و جسم C شناور است. پس:

$$\begin{cases} \rho_A = \rho_B = \rho_{مایع} & (۱) \\ \rho_C < \rho_{مایع} & (۲) \end{cases} \xrightarrow{(۱),\,(۲)} \rho_A = \rho_B > \rho_C$$

با توجه به رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ داریم:

$$\frac{m_A}{V_A} = \frac{m_B}{V_B} > \frac{m_C}{V_C} \xrightarrow{V_A = V_B = V_C} m_A = m_B > m_C$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱۰۹- **گزینهٔ «۳»** *(مسعود خندانی)*

علت گزینهٔ «۳»: معادلهٔ پیوستگی می‌باشد؛ زیرا وقتی آب به سطح زمین نزدیک می‌شود، تندی آن افزایش می‌یابد و طبق رابطهٔ $A_۱v_۱ = A_۲v_۲$، سطح مقطع آن کاهش می‌یابد و باریک‌تر می‌شود.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

۱۱۰- **گزینهٔ «۳»** *(محمدکاظم منشاری)*

بررسی مورد نادرست:

الف) به جسم‌های درون یک شاره یا غوطه‌ور در آن، همواره نیروی بالاسوی خالصی به نام نیروی شناوری از طرف شاره وارد می‌شود.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۳۲، ۳۶، ۴۱ و ۴۴)

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

فیزیک ۲

۱۱۱- **گزینهٔ «۳»** *(ابوالفضل نکومنشی نژاد)*

۱) تا زمانی که خازن به باتری متصل است، اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت است و تغییری نمی‌کند ← (ثابت $= V$)

۲) تغییرات ظرفیت خازن را به دست می‌آوریم:

$$\underset{\text{۳ برابر}}{C} = \underset{\text{۶ برابر}}{\kappa}\ \underset{\text{ثابت}}{\varepsilon_0}\ \frac{\overset{\text{ثابت}}{A}}{\underset{\text{۲ برابر}}{d}}$$

۳) حال به بررسی تک‌تک موارد می‌پردازیم:

الف) درست؛ برای بررسی تغییرات میدان الکتریکی، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\underset{\text{برابر } \frac{1}{2}}{E} = \frac{\overset{\text{ثابت}}{V}}{\underset{\text{۲ برابر}}{d}}$$

پس میدان الکتریکی نصف می‌شود.

ب) نادرست؛ انرژی ذخیره شده در خازن از رابطهٔ $U = \frac{1}{2}CV^2$ قابل بررسی است. انرژی ذخیره شده، ۳ برابر می‌شود.

$$\underset{\text{۳ برابر}}{U} = \frac{1}{2}\ \overset{\text{۳ برابر}}{C}\ \underset{\text{ثابت}}{V^2}$$

پ) نادرست؛ اختلاف پتانسیل همان‌طوری که گفتیم ثابت می‌ماند.

ت) درست؛ برای بار الکتریکی از رابطهٔ $Q = CV$ استفاده می‌کنیم.

$$\underset{\text{۳ برابر}}{Q} = \underset{\text{۳ برابر}}{C}\ \overset{\text{ثابت}}{V}$$

ث) نادرست؛ همان‌طوری که ابتدا گفتیم ظرفیت خازن طبق رابطه ۳ برابر می‌شود.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۱۱۲- **گزینهٔ «۱»** *(مهران اسماعیلی)*

$$Q_2 = Q_1 - 0/60Q_1 = 0/4Q_1$$

$$V_2 = V_1 - 12$$

ظرفیت خازن در دو حالت ثابت است. بنابراین

$$C_1 = C_2 \xrightarrow{C=\frac{Q}{V}} \frac{Q_1}{V_1} = \frac{Q_2}{V_2} \xrightarrow[V_2=V_1-12]{Q_2=0/4Q_1} \frac{Q_1}{V_1} = \frac{0/4Q_1}{V_1-12}$$

$$\Rightarrow 0/4V_1 = V_1 - 12 \Rightarrow 0/6V_1 = 12 \Rightarrow V_1 = 20V$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۱۱۳- **گزینهٔ «۴»** *(تجربی- نوبت دوم- ۱۴۰۴)*

چون خازن از باتری جدا شده است، بار الکتریکی آن ثابت و با قرار دادن دی‌الکتریک، ظرفیت آن افزایش و انرژی آن طبق رابطهٔ $U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$

کاهش می‌یابد:

$$\downarrow U = \frac{1}{2}\frac{\overset{\text{ثابت}}{Q^2}}{C\uparrow}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۱۱۴- **گزینهٔ «۳»** *(رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش)*

چون خازن را پس از باردار شدن از باتری جدا می‌کنیم، بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند.

$$d_2 = d_1 + \frac{25}{100}d_1 = \frac{5}{4}d_1 \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2}$$

$$\xrightarrow[A_2=A_1]{\kappa_2=\kappa_1} \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{\frac{5}{4}d_1} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{4}{5} \Rightarrow C_2 = \frac{4}{5}C_1$$

از مقایسهٔ انرژی ذخیره شده در خازن داریم:

$$\frac{U_2}{U_1} = (\frac{Q_2}{Q_1})^2 \times \frac{C_1}{C_2} \xrightarrow{Q_1=Q_2} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{\frac{4}{5}C_1} = \frac{5}{4}$$

$$U_2 = \frac{5}{4}U_1 \Rightarrow U_1 = (1+\frac{1}{4})U_1 = U_1 + \frac{25}{100}U_1$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta U}{U_1} \times 100 = 25\%$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۱۱۵- **گزینهٔ «۳»** (علی خلیلی)

$$I_{av}=\frac{\Delta q}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta q=ne} I_{av}=\frac{ne}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow ۴/۸\times۱۰^{-۹}=\frac{۶\times۱۰^{۶}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \Delta t=۲\times۱۰^{-۴}s$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۱۱۶- **گزینهٔ «۱»** (ابوالفضل نکومنش نژاد)

تمام موارد درست است به جز «ت». زیرا الکترون‌ها (که دارای بار منفی) هستند در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت می‌کنند.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۱۱۷- **گزینهٔ «۱»** (محمدرضا خادمی)

ابتدا به کمک رابطهٔ $\Delta R=R_۱\alpha\Delta\theta$، ضریب دمایی سیم را به‌دست می‌آوریم:

$$۴=(۱۸)\times\alpha\times۴۰\Rightarrow\alpha=\frac{۱}{۱۸۰}{}^{\circ}C$$

اکنون می‌نویسیم:

$$(۱۶-۱۸)=۱۸\times\frac{۱}{۱۸۰}\times\Delta\theta\Rightarrow\Delta\theta=-۲۰^{\circ}C$$

$$\Rightarrow\theta_۲=\Delta\theta+\theta_۱=-۲۰^{\circ}C+۲۵^{\circ}C=۵^{\circ}C$$

$$\Rightarrow F_۲=\frac{۹}{۵}\theta_۲+۳۲=\frac{۹}{۵}\times۵+۳۲=۴۱^{\circ}F$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۱۱۸- **گزینهٔ «۱»** (محمدکاظم منشادی)

$$V=\frac{m}{\rho}\xrightarrow[\rho_A=\rho_B]{m_A=m_B}V_A=V_B$$

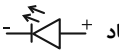
$$V_A=V_B\Rightarrow A_AL_A=A_AL_B\Rightarrow\frac{L_A}{L_B}=\frac{A_B}{A_A}$$

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A}=(\frac{A_B}{A_A})^{۲}=(\frac{r_B}{r_A})^{۴}=\frac{۱}{۱۶}$$

$$\Rightarrow\frac{R_A}{۱۰}=\frac{۱}{۱۶}\Rightarrow R_A=\frac{۱۰}{۱۶}=\frac{۵}{۸}\Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحهٔ ۵۲)

۱۱۹- **گزینهٔ «۴»** (حسین الهی)

اگر مقاومت الکتریکی در ولتاژهای مختلف (در دمای ثابت)، مقدار ثابتی باشد، اصطلاحاً گفته می‌شود آن وسیله از قانون اهم پیروی می‌کند و آن وسیله را مقاومت یا رسانای اهمی می‌نامند. به عبارتی جریان عبوری از یک مقاومت اهمی همواره با اختلاف پتانسیل اعمال شده به دو سر آن رابطهٔ مستقیم دارد. با توجه به این که مقدار $\frac{V}{I}$ در تمام موارد ۴Ω می‌باشد یعنی از قانون اهم پیروی می‌کند و برای یک مقاومت اهمی می‌باشد در حالی که دیود نورگسیل (LED) که با نماد  در مدار قرار می‌گیرد یک مقاومت غیراهمی است.

همچنین توجه کنید که با تغییر دما، مقاومت تغییر می‌کند، بنابراین مقاومت داده شده فقط در این دما برابر ۴Ω است، بنابراین گزینهٔ «۱» نیز نادرست است.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۶۰)

۱۲۰- **گزینهٔ «۲»** (مصطفی کیانی)

با استفاده از رابطه‌های $V=RI$، $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$ و $\Delta q=ne$ به صورت زیر، Δt را می‌یابیم. چون V ثابت است، می‌توان نوشت:

$$V=R_۱I_۱=R_۲I_۲\xrightarrow[R_۲=R]{R_۱=۲R}۲R\times I_۱=R\times I_۲\Rightarrow I_۲=۲I_۱$$

$$\xrightarrow{I=\frac{\Delta q}{\Delta t}}\frac{\Delta q_۲}{\Delta t_۲}=۲\times\frac{\Delta q_۱}{\Delta t_۱}\xrightarrow{\Delta q=ne}\frac{n_۲e}{\Delta t_۲}=۲\times\frac{n_۱e}{\Delta t_۱}$$

$$\xrightarrow[n_۲=۲/۵\times۱۰^{۲۰},\ \Delta t_۱=۴۵s]{n_۱=۱/۸۷۵\times۱۰^{۲۱}=۱۸/۷۵\times۱۰^{۲۰}}\frac{۲/۵\times۱۰^{۲۰}}{\Delta t_۲}=\frac{۲\times۱۸/۷۵\times۱۰^{۲۰}}{۴۵}$$

$$\Rightarrow\Delta t_۲=\frac{۴۵\times۲/۵}{۳۷/۵}=۳s$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۵۱)

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

شیمی ۳

۱۲۱- **گزینهٔ «۲»** *(مینا سیدحسینی)*

موارد (ب) و (ت) درست است.

بررسی موارد:

الف) اگر pH دو محلول برابر باشد صرف‌نظر از قدرت اسیدی غلظت یون هیدرونیوم در دو محلول برابر است.

ب) اگر pH دو محلول برابر باشد غلظت یون‌ها برابر و در دمای یکسان هیدروفلوئوریک اسید به علت قدرت بیشتر، ثابت یونش بزرگ‌تری دارد.

پ) در شرایطی که غلظت و دمای دو اسید برابر است اسیدی که ثابت یونش بزرگ‌تری دارد یعنی هیدروفلوئوریک اسید، بیشتر تفکیک شده و درصد یونش بزرگ‌تری دارد.

ت) در غلظت‌های برابر اسیدی که قوی‌تر است یعنی هیدروفلوئوریک اسید با شدت بیشتری واکنش خواهد داد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۶ تا ۲۵)

۱۲۲- **گزینهٔ «۳»** *(احسان روستایی)*

فرمول شیمیایی عمومی صابون جامد به صورت $RCOONa$ است $(R = C_nH_{2n+1})$:

$$2RCOONa + MgCl_2 \rightarrow (RCOO)_2Mg + 2NaCl$$

$$? \text{ جرم مولی صابون} \Rightarrow 0/25\,L\ MgCl_2 \times \frac{0/4\,mol\ MgCl_2}{1\,L\,MgCl_2} \times \frac{2\,mol\ \text{صابون}}{1\,mol\,MgCl_2} \times \frac{x\,g\ \text{صابون}}{1\,mol\ \text{صابون}} = 55/6\,g \text{ صابون}$$

$$\Rightarrow \text{جرم مولی صابون} = x = 278\,g.mol^{-1}$$

$$\Rightarrow 12n + 2n + 1 + 12 + 2(16) + 23 = 278 \Rightarrow n = 15$$

$$\Rightarrow C_{15}H_{31}COONa$$

در مجموع در فرمول شیمیایی این صابون، ۱۶ اتم کربن وجود دارد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶، ۸ و ۹)

۱۲۳- **گزینهٔ «۳»** *(نرا حسین‌پورمقدم)*

عبارت صورت سؤال نادرست است.

برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی مواد شوینده، به آن‌ها نمک‌های فسفات می‌افزایند زیرا این نمک‌ها با یون‌های Ca^{+2} و Mg^{+2} موجود در آب‌های سخت واکنش می‌دهند و از تشکیل رسوب و ایجاد لکه جلوگیری می‌کنند.

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست؛ شربت معده سوسپانسیون است ولی شیر، سس مایونز، ژله و رنگ پوششی نمونه‌هایی از کلوئیدها هستند.

۲) نادرست؛ صابون لکه‌های چربی را از روی پارچه‌های نخی بهتر از پارچه‌های پلی‌استری پاک می‌کند. زیرا پارچه نخی ماهیتی قطبی دارد و مولکول‌های چربی چسبندگی کمتری به آن دارند در حالی که پارچهٔ پلی‌استری به دلیل ماهیت غیرقطبی با مولکول‌های چربی که ماهیت غیرقطبی دارند بهتر تعامل برقرار می‌کند و چربی را با نیروی بیشتری نگه می‌دارد و به سختی با صابون برهم‌کنش می‌دهد.

۳) درست

۴) با توجه به مطالب عنوان شده در کتاب درسی می‌توان دریافت که برای تعیین عملکرد صابون میزان کف ایجاد شده مهم است.

(شیمی ۳- مشابه خود را بیازمایید و کاوش کنید ! صفحه‌های ۷، ۸ و ۹)

۱۲۴- **گزینهٔ «۴»** *(هادی مهدی‌زاده)*

موارد اول، دوم و چهارم صحیح‌اند. بررسی مورد نادرست:

مورد سوم: فرمول مولکولی ترکیب داده شده $C_{57}H_{110}O_6$ می‌باشد.

(شیمی ۳- مشابه با هم بیندیشیم صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۲۵- **گزینهٔ «۱»** *(امیر حاتمیان)*

چون چگالی گاز HCN اولیه داده شده، در نتیجه کافی است جرم آن را حساب کنیم تا حجم آن را هم به دست آوریم و چون مقدار α کوچک است لذا می‌توانیم از α در مخرج صرف‌نظر کنیم:

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \simeq M\alpha^2 \Rightarrow 5\times10^{-10} = M\times(\frac{5}{2}\times10^{-5})^2$$

$$\Rightarrow 5\times10^{-10} = M\times\frac{25}{4}\times10^{-10}$$

$$M = \frac{5}{\frac{25}{4}} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5} = 0/8\,mol.L^{-1}$$

چون حجم محلول هم داده شده است لذا می‌توانیم مقدار جرم HCN را حساب کنیم:

$$?g\ HCN = 0/6\,L\ HCN \times \frac{0/8\,mol\ HCN}{1\,L\ HCN} \times \frac{27\,g\ HCN}{1\,mol\ HCN}$$

$$= 12/96\,g\ HCN$$

و با در دست داشتن چگالی گاز HCN حجم را به راحتی به دست می‌آوریم:

$$12/96\,g\ HCN \times \frac{1\,L\ HCN}{5\,g\ HCN} \times \frac{1000\,mL\ HCN}{1\,L\ HCN}$$

$$= 2592\,mL\ HCN$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۸، ۱۹، ۲۲ و ۲۳)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۱۲۶- **گزینهٔ «۴»** *(حسین شاهسواری)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) درست؛ هر چه گاز آزاد شده در واحد زمان بیشتر باشد، سرعت واکنش بیشتر است.

۲) درست؛ هر چه غلظت یون هیدرونیوم (H^+) بیشتر باشد، سرعت واکنش بیشتر است.

۳) درست؛ اگر در دما و غلظت یکسان، غلظت یون هیدرونیوم (H^+) محلولی بیشتر باشد، K_a آن نیز بیشتر است.

۴) نادرست؛ در پایان هر دو واکنش جرم گاز هیدروژن تولیدی برابر است زیرا غلظت هر دو محلول و نوار منیزیم در هر دو محلول یکسان بوده است.

(شیمی ۳- مشابه خود را بیازمایید صفحهٔ ۲۴)

۱۲۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا پورجاوید)*

با توجه به معادلهٔ یونش این اسید و برابر بودن غلظت یون‌های H^+ و X^- برای تعیین غلظت این محلول می‌توان گفت:

$$\begin{array}{lccc} & HX & \rightleftharpoons & H^+ + X^- \\ \text{غلظت تعادلی}: & M-d & & d \quad d \end{array}$$

$$\text{مجموع غلظت یون‌ها} = 2d = 4/8\times10^{-2} \Rightarrow d = 2/4\times10^{-2}\,mol.L^{-1}$$

$$K_a = \frac{d^2}{M-d} \Rightarrow 2\times10^{-4} = \frac{(2/4\times10^{-2})^2}{M-2/4\times10^{-2}}$$

$$\Rightarrow 2\times10^{-4} = \frac{5/76\times10^{-4}}{M-2/4\times10^{-2}}$$

$$\Rightarrow 2(M-2/4\times10^{-2}) = 5/76 \Rightarrow 2M = 5/76 + 4/8\times10^{-2}$$

$$\Rightarrow M = 2/904\,mol.L^{-1}$$

به این ترتیب جرم اسید موجود در ۲ لیتر از چنین محلولی برابر است با:

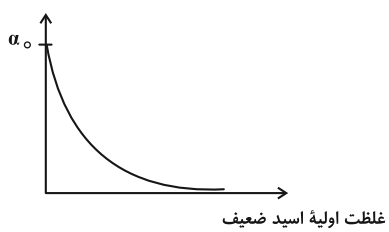
$$2L\ \text{محلول} \times \frac{2/904\,mol\ HX}{1L\ \text{محلول}} \times \frac{50g\ HX}{1mol\ HX}$$

$$= 290/4g\ HX$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۱۲۸- **گزینهٔ «۲»** *(امیرعلی بیات)*

در اسیدهای ضعیف مثل HA، با کاهش غلظت اسید (رقیق کردن آن) در دمای ثابت، مقدار درجهٔ یونش برخلاف ثابت یونش، افزایش می‌یابد.



بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) pH محلول‌های اسیدی در دمای 25° کوچک‌تر از هفت می‌باشد، ممکن است با تغییر دما pH خنثی بودن دیگر هفت نباشد و در نتیجه pH یک محلول اسیدی هم حتماً کوچک‌تر از هفت نباشد.

۳) از آنجا که HA یک اسید ضعیف است، A نمی‌تواند هالوژن دورهٔ چهارم $(_{35}Br)$ باشد چرا که HBr یک اسید قوی است.

۴) در محلول اسیدهای ضعیف برای خنثی شدن کامل آن‌ها باید مقدار مول اولیهٔ اسید حل شده را با مول باز (مثل $NaOH$) برابر گذاشت:

$$pH = 2/7 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-2/7} = 10^{0/3}\times10^{-3}$$

$$= 2\times10^{-3}\,mol.L^{-1}$$

از طرفی می‌دانیم که در محلول اسیدهای ضعیف $M_{\text{اسید اولیه}} = \frac{[H^+]}{\alpha}$ است و از آنجا که α عددی کوچک‌تر از یک است، پس $M > [H^+]$ خواهد بود و غلظت مولی اولیهٔ اسید حل شده بزرگ‌تر از $2\times10^{-3}\,mol.L^{-1}$ و مقدار مول آن بزرگ‌تر از 2×10^{-3} یا 4×10^{-3} مول خواهد بود. در نتیجه مقدار سود لازم برای خنثی شدن آن نیز بیشتر از 4×10^{-3} مول خواهد بود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۹، ۲۴ تا ۲۶ و ۳۲)

۱۲۹- **گزینهٔ «۳»** *(پیمان خوابوی‌مجد)*

از آنجا که در دمای ثابت K_a ثابت می‌ماند و اسید خیلی ضعیف است داریم:

$$M_1\alpha_1^2 = M_2\alpha_2^2 \Rightarrow \frac{M_1}{M_2} = (\frac{\alpha_2}{\alpha_1})^2$$

با توجه به این‌که درصد یونش اسید سه برابر شده پس درجه یونش اسید نیز سه برابر شده و غلظت اسید باید $\frac{1}{9}$ برابر شود. یعنی با افزودن آب، حجم محلول ۹ برابر می‌شود.

$$V_1 = 200 \Rightarrow V_2 = 1800\,mL$$

پس $1600\,mL$ آب باید به محلول بیفزاییم.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۸، ۱۹، ۲۲ و ۲۳)

۱۳۰- **گزینهٔ «۳»** *(روزبه رضوانی)*

شیمی‌دان‌ها پیش از آن‌که با ساختار اسیدها و بازها آشنا شوند، افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها با برخی واکنش‌های آن‌ها آشنا بودند.

$$\underbrace{N_2O_5}_{1mol} + H_2O \rightarrow 2HNO_3 \rightarrow \underbrace{2H^+ + 2NO_3^-}_{4mol}$$

$$\underbrace{K_2O}_{1mol} + H_2O \rightarrow 2KOH \rightarrow \underbrace{2K^+ + 2OH^-}_{4mol}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

شیمی ۱

۱۳۱- **گزینهٔ «۲»** *(حسین شاهسواری)*

بررسی موارد نادرست:

الف) بور باور داشت با بررسی تعداد و جایگاه خطوط طیف نشری خطی، می‌توان اطلاعات با ارزشی از اتم هیدروژن به دست آورد. (نه همهٔ اتم‌ها)

ج) الکترون در هر لایه‌ای باشد در همهٔ نقاط پیرامون هسته حضور می‌یابد و احتمال حضور آن در همهٔ نقاط یکسان نیست بلکه در محدوده‌های خاصی اطراف هسته، احتمال حضور بیشتری دارد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۳۲- **گزینهٔ «۲»** *(یاسر راش)*

بررسی موارد:

الف) پدیده‌های کوانتومی، مانند جهش‌های الکترون بین ترازهای انرژی، عمدتاً در مقیاس اتمی و زیراتمی قابل مشاهده هستند. در مقیاس ماکروسکوپی، اثرات کوانتومی ناچیز شده و مشابه الگوی شکل «۲» یا سطح شیبدار است.

ب) الگوی شکل «۲»، شیب یا سطح شیبدار را نشان می‌دهد که نماد پیوستگی در مصرف انرژی است.

پ) الکترون نمی‌تواند بین دو لایه یا پله معلق بماند و حتماً باید انرژی کافی برای رسیدن به لایه یا پلهٔ بعدی را جذب کند.

ت) مدل اتمی بور، الکترون‌ها را نه در مدارهایی دلخواه، بلکه در مدارهای مشخص با سطوح انرژی ثابت و گسسته توصیف می‌کند. این سطوح انرژی مانند پله‌های یک نردبان هستند که الکترون فقط می‌تواند روی آن‌ها قرار گیرد و برای جابه‌جایی بین آن‌ها، نیاز به جذب یا نشر مقداری انرژی دقیقاً برابر با اختلاف انرژی بین دو پله دارد. این ایدهٔ گسستگی سطوح انرژی، اساس مدل بور و همچنین الگوی پله‌ای شکل «۱» بود.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۳۳- **گزینهٔ «۴»** *(سعید تیزرو)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) مثلاً فلز آهن در لایهٔ ظرفیت خود هشت الکترون داشته، اما در انواع واکنش‌های شیمیایی شرکت می‌کند.

۲) به‌طور مثال فلز $_{4}Be$ توانایی تشکیل کاتیون در طبیعت را ندارد و همین‌طور گازهای نجیب توانایی تشکیل آنیون در طبیعت را ندارند.

۳) برای عناصر دستهٔ p دورهٔ ۴ تا ۷ جدول، بعد از نماد گاز نجیب، زیرلایه‌های s، p و d ذکر می‌شوند که زیرلایهٔ d جزو لایهٔ ظرفیت آن‌ها محسوب نمی‌شود.

۴) همهٔ عناصر گروه ۲ تا ۱۲ دوره چهارم جدول تناوبی به جز Cr و Cu زیرلایه ۲ الکترونی در لایهٔ ظرفیت دارند.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

۱۳۴- **گزینهٔ «۳»** *(احسان روستایی)*

موارد (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ انتقال d همراه با نشر نور است نه جذب نور

ب) نادرست؛ همهٔ انتقالات می‌توانند رخ دهند، انتقال a و d فقط مربوط به انتقالات در ناحیهٔ مرئی هستند.

پ) درست؛ انتقال a مربوط به حرکت از لایهٔ سوم به لایهٔ دوم است که در اتم هیدروژن به رنگ سرخ دیده می‌شود.

ت) درست، هر چه انتقال با مبادلهٔ انرژی بیشتری همراه باشد، طول موج پرتوی نشر شده آن کوتاه‌تر است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۳۵- **گزینهٔ «۳»** *(پیمان خواجوی‌مجد)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) عنصر Y وانادیم $_{23}V$ است که اختلاف عدد اتمی آن با اولین عنصر ساخته شده در واکنشگاه ($^{99}_{43}Tc$) تکنسیم، ۲۰ خواهد بود.

۲) عنصر Y می‌تواند $_{25}Mn$ یا $_{24}Cr$ باشد و اختلاف عدد اتمی آن با $_{17}Cl$، عدد ۷ یا ۸ باشد.

۳) عنصر X آلومینیوم $_{13}Al$ است که با از دست دادن سه الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب پیش از خود یعنی $_{10}Ne$ می‌رسد.

۴) عنصر X گاز آرگون $_{18}Ar$ است و ویژگی‌های ذکر شده مربوط به گاز کلر است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

۱۳۶- **گزینهٔ «۱»** *(احسان روستایی)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست؛ آرایش الکترونی $_{29}Cu$ از قاعدهٔ آفبا پیروی نمی‌کند و براساس داده‌های طیف‌سنجی پیشرفته مشخص می‌شود.

۲) درست؛ دورهٔ = ۴ – گروه = ۱۱ – زیرلایه نیمه پر = $4s^1$

$_{29}Cu: 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^{10}\ 4s^1$

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۳) درست؛ $۱+۱+۲=۴$

$$\underset{۰}{\underline{۱s^۲}}\ \underset{۰}{\underline{۲s^۲}}\ \underset{۱}{\underline{۲p^۶}}\ \underset{۰}{\underline{۳s^۲}}\ \underset{۱}{\underline{۳p^۶}}\ \underset{۲}{\underline{۳d^{۱۰}}}\ \underset{۰}{\underline{۴s^۱}}$$

۴) درست؛ نخستین عنصر دورهٔ سوم، $_{۱۱}Na$ است که تفاوت عدد اتمی آن با $_{۲۹}Cu$ برابر ۱۸ است. عدد اتمی آرگون نیز ۱۸ می‌باشد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

۱۳۷- **گزینهٔ «۲»** *(فرشید مرادی)*

موارد اول، دوم و سوم درست هستند.

اول حالات ممکن را حساب می‌کنیم. X می‌تواند عنصری خنثی باشد که به منزلهٔ $_{۱۸}Ar = X$ است و اگر کاتیون باشد می‌تواند X^{+} ، $X^{۲+}$ و $X^{۳+}$ باشد که به ترتیب عناصر K ، Ca و Sc است و اگر آنیون باشد می‌تواند X^{-} ، $X^{۲-}$ و $X^{۳-}$ باشد که به ترتیب عناصر Cl ، S و P است.

بررسی موارد:

مورد اول: $Cl_۲$ با توضیحات مورد اول همخوانی دارد.

مورد دوم: عنصر Ar با توضیحات مورد دوم همخوانی دارد.

مورد سوم: عنصر S با توضیحات مورد سوم همخوانی دارد. $\cdot\ddot{\underset{\cdot}{S}}\cdot$

مورد چهارم: نادرست؛ عناصر K ، Ca و Sc متعلق به دورهٔ چهارم و بقیه عناصر به دورهٔ سوم تعلق دارند.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۰ تا ۴۱)

۱۳۸- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

این عنصر، برم $(_{۳۵}Br)$ می‌باشد:

$$_{۳۵}Br : ۱s^۲\ ۲s^۲\underline{۲p^۶}\ ۳s^۲\underline{۳p^۶}\ ۳d^{۱۰}\ ۴s^۲\underline{۴p^۵}$$

از ۱۸ عنصر موجود در دورهٔ چهارم جدول دوره‌ای اتم ۳ عنصر $_{۱۹}K$، $_{۲۴}Cr$ و $_{۲۹}Cu$ دارای ۷ الکترون با $l=۰$ و اتم ۱۵ عنصر دیگر آن دارای ۸ الکترون با $l=۰$ است.

بررسی گزینه‌های درست:

۱) عناصر گروه ۱۷ مثل $\cdot\ddot{\underset{\cdot}{Br}}\cdot$ و $\cdot\ddot{\underset{\cdot}{F}}\cdot$

۳) اتم $_{۳۵}Br$ با گرفتن یک الکترون و تشکیل یون Br^{-} به آرایش الکترونی گاز نجیب پس از خود می‌رسد. اتم $_{۳۵}Br$ دارای ۳ لایه الکترون پر شده است.

$$_{۳۵}Br \Big)_{۲e^-} \Big)_{۸e^-} \Big)_{۱۸e^-} \Big)_{۷e^-}$$

۴) فرمول حاصل از واکنش برم و منیزیم $_{۱۲}Mg$ به صورت $MgBr_۲$ می‌باشد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۰ تا ۴۰)

۱۳۹- **گزینهٔ «۴»** *(محمدرضا جمشیری)*

بررسی موارد:

الف) با توجه به آرایش الکترونی عنصر X، اتم X در گروه ۲ و دورهٔ سوم جدول تناوبی قرار دارد و جزو فلزات اصلی می‌باشد.

$$_{۱۲}X : ۱s^۲\ ۲s^۲\ ۲p^۶\ ۳s^۲$$

ب) با توجه به آرایش الکترونی اتم A، عدد اتمی آن برابر ۱۷ و عدد اتمی عنصر X برابر ۱۲ می‌باشد. پس تفاوت عدد اتمی آن ها برابر ۵ می‌باشد.

پ) عنصر A همان کلر است و عنصر X همان منیزیم می‌باشد و یون آن‌ها به ترتیب A^{-} و $X^{۲+}$ می‌باشد پس ترکیب یونی حاصل از آن‌ها می‌تواند $XA_۲$ باشد.

ت) عنصر A همان کلر است که با عنصر $_{۳۵}D$ یعنی برم هم‌گروه و هر دو در گروه ۱۷ جدول تناوبی قرار دارند و با عنصر $_{۱۳}E$ یعنی آلومینیم نیز هم‌دوره و هر دو در دورهٔ سوم جدول تناوبی قرار دارند.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

۱۴۰- **گزینهٔ «۳»** *(محسن مجنونی)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) آرایش الکترون- نقطه‌ای عناصر گروه ۱ و ۱۷ جدول تناوبی دارای یک الکترون منفرد می‌باشند.

۲) یون Na^{+} به آرایش گاز نجیب $_{۱۰}Ne$ و یون Cl^{-} به آرایش گاز نجیب $_{۱۸}Ar$ می‌رسد.

۳) ترکیب‌های یونی دوتایی حاصل از عناصر دورهٔ دوم جدول تناوبی $Li_۳N$، $Li_۲O$ و LiF می‌باشد. (عناصر Be، B، C و Ne یون پایدار ایجاد نمی‌کنند.)

۴) عدد اتمی نیتروژن برابر با ۷ و اولین عنصری از دورهٔ سوم که هم توانایی گرفتن و هم توانایی به اشتراک گذاشتن الکترون را دارد فسفر با عدد اتمی ۱۵ است. تفاوت عدد اتمی آن ها برابر ۸ است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۴ تا ۴۱)

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

شیمی ۲

۱۴۱- **گزینهٔ «۳»** *(فرشید مرادی)*

موارد (الف) و (ت) نادرست هستند.

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ طبق متن کتاب در دریا ستون‌های سولفیدی (S^{2-}) وجود دارد و نه سولفاتی (SO_4^{2-})

ب) درست؛ متن کتاب

پ) درست؛ متن کتاب

ت) نادرست؛ پاکت کاغذی از منابع نسبتاً پایدار و کیسهٔ پلاستیکی از منابع ناپایدار به دست می‌آید.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱۴۲- **گزینهٔ «۴»** *(یاسر راش)*

به جز مورد اول، سایر موارد درست هستند.

بررسی همهٔ موارد:

مورد اول: دگرشکل‌های کربن ساختارها و خواص متفاوتی دارند.

مورد دوم: کربن توانایی تشکیل پیوندهای دوگانه و سه‌گانه و همچنین زنجیر و حلقه‌های کربنی را دارد که این‌ها از دلایل اصلی تنوع ترکیبات کربنی هستند.

مورد سوم: نفت خام، مایعی پیچیده متشکل از انواع مختلف هیدروکربن‌ها است. این هیدروکربن‌ها، ترکیباتی تشکیل شده از کربن و هیدروژن هستند که اتم‌های کربن آن‌ها می‌توانند از طریق پیوندهای یگانه، دوگانه یا سه‌گانه با یکدیگر متصل شده باشند.

مورد چهارم: ساختارهای گوناگون هیدروکربن‌ها که ناشی از تفاوت در نوع و تعداد پیوندهای بین اتم‌های کربن است، منجر به خواص فیزیکی و شیمیایی متفاوتی می‌شود. بنابراین، انتظار می‌رود که این ترکیبات در واکنش‌های شیمیایی و همچنین در نقاط جوش، ذوب و موارد دیگر با یکدیگر تفاوت داشته باشند.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳)

۱۴۳- **گزینهٔ «۴»** *(مبین احمدی)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) بنزن: $C_6H_6 + 3H_2 \rightarrow C_6H_{12}$

$$\text{درصد افزایش جرمی} = \frac{\text{جرم اضافه‌شده}}{\text{جرم اولیه}} \times 100$$

$$\Rightarrow \frac{3\times(2)}{6\times(12)+6\times(1)} \times 100 \simeq \%7/7$$

۲) بوتان: بوتان هیدروکربن سیرشده است و در واکنش هیدروژن‌دار شدن شرکت نمی‌کند.

۳) ۲- بوتن:

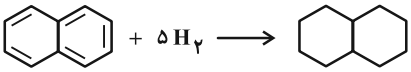
$$C_4H_8 + H_2 \rightarrow C_4H_{10}$$

$$\Rightarrow \frac{1\times(2)}{4\times(12)+8\times(1)} \times 100 \simeq \%3/57$$

۴) نفتالن:

$$C_{10}H_8 + 5H_2 \rightarrow C_{10}H_{18}$$

در ساختار نفتالن ۵ پیوند ۲ گانه وجود دارد.



$$\frac{5\times(2)}{10\times(12)+8\times(1)} \times 100 = \%7/8$$

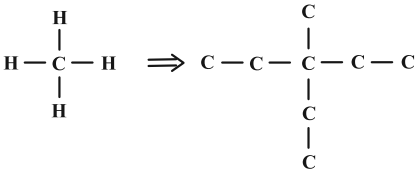
(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۳ تا ۴۳)

۱۴۴- **گزینهٔ «۱»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

بررسی موارد:

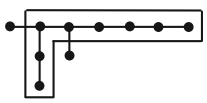
الف) درست؛ زیرا طبق متن کتاب مثلاً در استخراج ۱۰۰۰ کیلوگرم آهن تقریباً ۲۰۰۰ کیلوگرم سنگ معدن آهن و ۱۰۰۰ کیلوگرم از منابع معدنی دیگر استفاده می‌شود.

ب) درست؛ ۳ ، ۳- دی اتیل پنتان



پ) نادرست؛ فرمول مولکولی این هیدروکربن C_9H_{20} می‌باشد و شمار پیوندهای $C-C$ در آن برابر ۸ می‌باشد.

ت) نادرست؛ نام درست آن ۳ ، ۴- دی متیل اوکتان است.



(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۸، ۳۳، ۳۴، ۳۷ تا ۴۰)

۱۴۵- **گزینهٔ «۱»** *(یاسر راش)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) با افزایش تعداد کربن در آلکان‌های راست زنجیر، نیروهای واندروالسی بین مولکول‌ها به دلیل افزایش جرم مولی قوی‌تر می‌شوند. این نیروهای قوی‌تر نیازمند انرژی بیشتری برای غلبه هستند. بنابراین نقطه جوش افزایش می‌یابد.

۲) گریس $(C_{18}H_{38})$ به دلیل داشتن زنجیر کربنی کوتاه‌تر و در نتیجه جرم مولکولی کمتر، نسبت به وازلین $(C_{25}H_{52})$ که زنجیرهٔ کربنی بلندتری دارد، چسبندگی کمتری از خود نشان می‌دهد.

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۳) آلکان‌ها با افزایش تعداد اتم‌های کربن در ساختار خود، نقطه جوش بالاتری پیدا می‌کنند. زیرا با افزایش طول زنجیرهٔ کربنی، نیروهای بین مولکولی واندروالسی قوی‌تر می‌شوند که برای غلبه بر آن‌ها و تبدیل ماده از فاز مایع به گاز، به انرژی گرمایی بیشتری نیاز است. بنابراین $C_{۲۱}H_{۴۴}$ با ۲۱ اتم کربن، نقطه جوش بالاتری نسبت به $C_{۱۲}H_{۲۶}$ با ۱۲ اتم کربن خواهد داشت.

۴) با افزایش طول زنجیرهٔ کربنی در آلکان‌ها، نیروهای بین مولکولی قوی‌تر شده و در نتیجه گران‌روی افزایش می‌یابد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۱۴۶- **گزینهٔ «۲»** *(مجتبی محبوب)*

واکنش سیر شدن پروپن و پروپین به شکل زیر است:

$$I)\ C_۳H_۶ + H_۲ \rightarrow C_۳H_۸$$
$$II)\ C_۳H_۴ + ۲H_۲ \rightarrow C_۳H_۸$$
$$x\,g\ C_۳H_۶ \times \frac{۱\,mol\ C_۳H_۶}{۴۲\,g\ C_۳H_۶} \times \frac{۱\,mol\ C_۳H_۸}{۱\,mol\ C_۳H_۶} = \frac{x}{۴۲}\,mol\ C_۳H_۸$$
$$y\,g\ C_۳H_۴ \times \frac{۱\,mol\ C_۳H_۴}{۴۰\,g\ C_۳H_۴} \times \frac{۱\,mol\ C_۳H_۸}{۱\,mol\ C_۳H_۴} = \frac{y}{۴۰}\,mol\ C_۳H_۸$$
$$(\frac{x}{۴۲} + \frac{y}{۴۰})mol\ C_۳H_۸ \times \frac{۴۴\,g\ C_۳H_۸}{۱\,mol\ C_۳H_۸} = ۶۶\,g\ C_۳H_۸$$
$$\Rightarrow (\frac{x}{۴۲} + \frac{y}{۴۰})mol\ C_۳H_۸ = \frac{۳}{۲}\,mol\ C_۳H_۸$$

برای واکنش (I): $\frac{x}{۴۲}\,mol\ C_۳H_۶ \times \frac{۱\,mol\ H_۲}{۱\,mol\ C_۳H_۶} = \frac{x}{۴۲}\,mol\ H_۲$

برای واکنش (II): $\frac{y}{۴۰}\,mol\ C_۳H_۴ \times \frac{۲\,mol\ H_۲}{۱\,mol\ C_۳H_۴} = \frac{y}{۲۰}\,mol\ H_۲$

$$\Rightarrow \frac{x}{۴۲}\,mol\ H_۲ = \frac{y}{۲۰}\,mol\ H_۲$$
$$(\frac{y}{۲۰} + \frac{y}{۴۰})mol\ C_۳H_۸ = \frac{۳}{۲}\,mol\ C_۳H_۸$$
$$\Rightarrow y = ۲۰\,g \Rightarrow x = ۴۲\,g$$
$$C_۳H_۸ + ۵O_۲ \rightarrow ۳CO_۲ + ۴H_۲O$$
$$z\,g\ O_۲ = ۶۶\,g\ C_۳H_۸ \times \frac{۱\,mol\ C_۳H_۸}{۴۴\,g\ C_۳H_۸} \times \frac{۵\,mol\ O_۲}{۱\,mol\ C_۳H_۸}$$
$$\times \frac{۳۲\,g\ O_۲}{۱\,mol\ O_۲} = ۲۴۰\,g\ O_۲ \Rightarrow z = ۲۴۰\,g$$
$$\frac{x-y}{z} = \frac{۴۲-۲۰}{۲۴۰} = \frac{۲۲}{۲۴۰} = ۰/۰۹$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲ و ۵۰)

۱۴۷- **گزینهٔ «۱»** *(مینا سیدحسینی)*

محاسبهٔ تعداد هیدروژن‌های موجود در ترکیبات آلی از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$۲n + ۲ - ۲ \times (\text{تعداد پیوند دوگانه} + \text{تعداد حلقه}) - ۴ \times (\text{تعداد پیوند سه‌گانه}) + \text{تعداد } N - \text{تعداد هالوژن‌ها}$$

در ترکیب مورد نظر ۲۰ اتم کربن وجود دارد ۲ حلقه و ۳ پیوند دوگانه و ۱ پیوند سه‌گانه، در نتیجه:

$$\text{تعداد هیدروژن‌ها } ۲(۲۰) + ۲ - ۲(۲+۳) - ۴(۱) = ۲۸$$

از طرفی در آلکان ۳، ۳- دی اتیل ۲- متیل هپتان تعداد ۱۲ اتم کربن موجود است تعداد هیدروژن‌های آلکان‌ها از فرمول $۲n + ۲$ به دست می‌آید:

$$۲(۱۲) + ۲ = ۲۶$$

نسبت تعداد هیدروژن ترکیب مورد نظر به ۳،۳- دی اتیل ۲- متیل هپتان:

$$\frac{۲۸}{۲۶} \simeq ۱/۰۷$$

از طرفی در ترکیب مورد نظر تعداد پیوند بین اتم‌های کربن برابر با ۲۶ (شامل یگانه، دوگانه و سه‌گانه) و تعداد پیوندهای $C-H$ برابر با ۲۸ می‌باشد. در نتیجه در ترکیب مورد نظر ۵۴ پیوند اشتراکی وجود دارد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۱ تا ۴۳)

۱۴۸- **گزینهٔ «۳»** *(امیرمحمد کنگرانی)*

خانواده	ساده‌ترین عضو	شمار اتم‌های H / شمار اتم‌های C
آلکان‌ها	$CH_۴$	$\frac{۴}{۱} = ۴$
آلکن‌ها	$C_۲H_۴$	$\frac{۴}{۲} = ۲$
آلکین‌ها	$C_۲H_۲$	$\frac{۲}{۲} = ۱$
سیکلوآلکان‌ها	$C_۳H_۶$	$\frac{۶}{۳} = ۲$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۳ و ۴۰ تا ۴۳)

۱۴۹- **گزینهٔ «۳»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

واکنش سوختن کامل آلکان:

$$C_nH_{۲n+۲} + \frac{۳n+۱}{۲}O_۲ \rightarrow nCO_۲ + (n+۱)H_۲O$$
$$۶/۴\,g\ \text{آلکان} \times \frac{۱\,mol\ \text{آلکان}}{(۱۴n+۲)\,g\ \text{آلکان}} \times \frac{n\,mol\ CO_۲}{۱\,mol\ \text{آلکان}}$$
$$\times \frac{۲۲/۴\,L\ CO_۲}{۱\,mol\ CO_۲} = ۱۰/۰۸\,L\ CO_۲ \Rightarrow n = ۹$$

آلکان مورد نظر ۹ کربنی است و فرمول مولکولی آن $C_۹H_{۲۰}$ است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۳۳ تا ۴۰)

۱۵۰- **گزینهٔ «۳»** *(مهرشاد میرزامحمدی)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست؛ واکنش در عدم حضور نیتروژن و اکسیژن و در حضور آرگون انجام می‌شود.

۲) نادرست؛ درصد انتقال با خطوط لوله ۶۶ درصد و با سایر روش‌ها ۳۴ درصد است که نسبت آن می‌شود ۲.

۳) درست؛ شمار پیوندهای کووالانسی در آلکان‌های نفت سفید:

حداکثر $C_{۱۵}H_{۳۲} \rightarrow ۴۶$ حداقل $C_{۱۰}H_{۲۲} \rightarrow ۳۱$

تفاوت آن‌ها $= ۱۵$

۴) نادرست؛ این مقدار برای بنزین $۴۸\,\frac{kJ}{g}$ و برای زغال سنگ $۳۰\,\frac{kJ}{g}$ است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷ و ۴۹)

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

☑ دفترچهٔ پاسخ

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

عمومی دوازدهم

رشتهٔ ریاضی، تجربی، هنر، منحصراً زبان

۲ آبان ماه ۱۴۰۴

طراحان به ترتیب حروف الفبا

فارسی	حسن افتاده، حسین پرهیزگار، نازنین‌فاطمه حاجیلو، ابوالفضل عباس‌زاده، محسن فدایی، الهام محمدی
عربی، زبان قرآن	آرمین ساعدپناه، مهران سعیدنیا، محمدرضا سوری، حمیدرضا قائدامینی، افشین کرمیان‌فرد
دین و زندگی	محسن بیاتی، فردین سماقی، محمدمهدی مانده‌علی، مرتضی محسنی‌کبیر، میثم هاشمی
زبان انگلیسی	رحمت‌اله استیری، ایمان حسن‌پور، محمدمهدی دغلاوی، آرمین رحمانی، بیتا قربان‌پور

گزینشگران و ویراستاران به ترتیب حروف الفبا

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	گروه ویراستاری	رتبه برتر	مسئول درس‌های مستندسازی	ویراستار مستندسازی
فارسی	نازنین‌فاطمه حاجیلو	نازنین‌فاطمه حاجیلو	مرتضی منشاری	ـــــ	فریبا رئوفی،	الناز معتمدی، محسن جمشیدی، مائده ملکی
عربی، زبان قرآن	آرمین ساعدپناه	آرمین ساعدپناه	درویشعلی ابراهیمی	ـــــ	لیلا ایزدی	وجیهه نجفی، محسن جمشیدی، مهدی یعقوبیان
دین و زندگی	محمدمهدی مانده‌علی	محمدمهدی مانده‌علی	امیرمهدی افشار سکینه گلشنی	محمدفرحان فخاریان	محمدصدرا پنجه‌پور	ـــــ
اقلیت‌های مذهبی	دبورا حاتانیان	دبورا حاتانیان	معصومه شاعری	ـــــ	ـــــ	ـــــ
زبان انگلیسی	رحمت‌اله استیری	رحمت‌اله استیری	طاها اصغریان، فاطمه نقدی	مائده سالاری	سپهر اشتیاقی	زهرا فلاحی

مدیر گروه	الهام محمدی
مسئول دفترچه	معصومه شاعری
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر: محیا اصغری، مسئول دفترچه: فریبا رئوفی
حروف‌نگار و صفحه‌آرا	زهرا تاجیک
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب- بین صبا و فلسطین- پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۶۴۶۳-۰۲۱

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

فارسی ۳

۲۰۱- گزینهٔ «۳» *(نازنین‌فاطمه هاجیلوصفازاده)*

مکاشفت: کشف کردن و آشکار ساختن، در اصطلاح عرفانی، پی بردن به حقایق است.

مراقبت: در اصطلاح عرفانی، کمال توجه بنده به حق و یقین بر این‌که خداوند در همهٔ احوال، عالم بر ضمیر اوست.

معاملت: احکام و اعمال عبادی؛ در متن درس منظور همان کار مراقبت و مکاشفت است.

منظور از بوستان، همان حالت مکاشفتی است که نویسنده در آن بوده است.

اما معنای انبساط، نزدیکی و صمیمیت است.

(واژگان، صفحهٔ ۱۴)

۲۰۲- گزینهٔ «۳» *(نازنین‌فاطمه هاجیلوصفازاده)*

«نیست» در این گزینه، غیراسنادی است و به معنای «وجود ندارد» است: از کجا [معلوم است] که والی در خانهٔ خمار (=حضور ندارد)؟

«نیست» در بقیهٔ گزینه‌ها، در کاربرد فعل اسنادی است.

(دستور، صفحهٔ ۱۹)

۲۰۳- گزینهٔ «۱» *(نازنین‌فاطمه هاجیلوصفازاده)*

«را» در این گزینه «فک اضافه» است؛ یعنی «را» بین مضاف و مضاف‌الیه آمده و برگردان امروزی آن، به این شکل می‌شود: جان آن سوخته. «را» در دیگر گزینه‌ها در کاربرد «حرف اضافه» است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۲»: تا به داروغه گوییم ... .

گزینهٔ «۳»: به فرّاش باد صبا گفته و به دایهٔ ابر بهاری فرموده ... .

گزینهٔ «۴»: برای هدیهٔ اصحاب، دامنی پر کنم ... .

(دستور، صفحه‌های ۱۲ و ۱۹)

۲۰۴- گزینهٔ «۲» *(نازنین‌فاطمه هاجیلوصفازاده)*

شیوهٔ بیان اشعار درس، طنز است؛ یعنی شاعر نکته‌ای انتقادی، نغز و ظریف را با لحنی شوخ و در عین حال، گزنده، بیان می‌کند و به اصطلاح، کنایه می‌زند. این شیوهٔ بیان، در گزینهٔ «۲» نیز وجود دارد.

در دیگر گزینه‌ها، شیوهٔ بیان، جدی است و خبری از کنایه زدن، شوخی کردن و لحن گزنده یافت نمی‌شود؛ بلکه سخن، سرراست گفته شده است.

(دستور، صفحه‌های ۱۹ و ۲۱)

۲۰۵- گزینهٔ «۳» *(حسن افتاره - تبریز)*

به بخشی از آیهٔ ۷ سورهٔ «ابراهیم» اشاره دارد: «لَئِن شَکَرتُم لَأَزیدَنَّکُم: اگر شکر کنید [نعمت شما] را افزون خواهم کرد.»

(آرایه، صفحه‌های ۱۲ و ۱۴)

۲۰۶- گزینهٔ «۳» *(الهام محمدی)*

تشبیه: «دیوار امت (امت: مشبه، دیوار: مشبه‌به)» و «چون تو پشتیبان (پشتیبان: مشبه، تو: مشبه‌به)» / «موج بحر» استعاره از «مشکلات و دشواری‌ها»

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: ۴ تشبیه و سجع نیز وجود دارد.

سجع‌ها: «گفته و فرموده» «بگسترد و بپرورد» / تشبیه‌ها: ۱- فراش باد صبا (باد صبا: مشبه، فراش: مشبه‌به) ۲- دایهٔ ابر بهاری (ابر بهاری: مشبه، دایه: مشبه‌به) ۳- بنات نبات (نبات: مشبه، بنات: مشبه‌به) ۴- مهد زمین (زمین: مشبه، مهد: مشبه‌به)

گزینهٔ «۲»: تضمین و تشبیه وجود دارد.

تشبیه: حلیهٔ جمال (جمال: مشبه، حلیه: مشبه‌به) / تضمین: «ما عرفناکَ حقَّ معرفتک» حدیث پیامبر است که عیناً نقل شده است.

گزینهٔ «۴»: ۲ کنایه دارد و ایهام ندارد.

کنایه‌ها: ۱- «دل از مهر کسی پاک کردن» کنایه از «از مهر و علاقه به کسی دست کشیدن» / ۲- «در خاک خفتن» کنایه از «مردن»

(آرایه، ترکیبی)

۲۰۷- گزینهٔ «۲» *(نازنین‌فاطمه هاجیلوصفازاده)*

«ای بی‌خبر، بکوش که صاحب‌خبر شوی / تا راهرو نباشی، کی راهبر شوی؟

در مکتب حقایق، پیش ادیب عشق / هان ای پسر! بکوش که روزی پدر شوی

دست از مس وجود، چو مردان ره بشوی / تا کیمیای عشق بیابی و زر شوی»

(حفظ شعر، صفحهٔ ۲۲)

۲۰۸- گزینهٔ «۲» *(محسن افتاره - تبریز)*

گزارهٔ (ب): با توجه به معنای بیت، افراد در قدیم بی‌کلاهی را نشانهٔ ننگ می‌دانستند.

گزارهٔ (د): منظور از (حرف کم و بسیار نیست) در بیت مذکور، [نفس خطا مهم بوده و کم و زیاد بودن گناه، مطرح نیست.] است؛ به اصطلاح دیگر می‌توان گفت که گناه، گناه است، چه کم و چه بسیار.

(مفهوم، صفحه‌های ۱۹ و ۲۲)

۲۰۹- گزینهٔ «۳» *(محسن فدایی - شیراز)*

بیت گزینهٔ «۳» به «فقر جامعه» اشاره دارد.

معنی بیت: (محتسب) گفت: «به عنوان تاوان و کیفر، لباس تو را با خود می‌برم.» مست پاسخ داد: «(لباس من) پوسیده و کهنه است و از آن، چیزی باقی نمانده است.» (به دلیل فقر)

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: فساد حاکمان و فرمانروایان جامعه

گزینهٔ «۲»: رواج رشوه‌گیری در جامعه

گزینهٔ «۴»: برتری عقل بر پوشش و ظاهر افراد

(مفهوم، صفحهٔ ۱۹)

۲۱۰- گزینهٔ «۲» *(حسین پرهیزگار - سبزوار)*

در این بیت دریافت عشق و عنایت الهی، سبب کمال دانسته شده است.

در سایر ابیات لازمهٔ رسیدن به کمال، ترک وجود بی‌ارزش و تعلقات مادی است.

(مفهوم، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

عربی، زبان قرآن ۳

۲۱۱- گزینهٔ «۱» *(آرمین ساعدپناه)*

«ازدادت (افزایش یافت)» و «ضاعَ (تباه شد)» مترادف یک‌دیگر نیستند.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۲»: «حنیف (یکتاپرست)» و «مُشرِک» با هم متضاد هستند.

گزینهٔ «۳»: «الصّراع» و «النّزاع» به معنای «کشمکش» با هم مترادف هستند.

گزینهٔ «۴»: «التجنُّب (دوری کردن)» و «التقرُّب (نزدیک شدن)» با هم متضاد هستند.

(واژگان، صفحه‌های ۲ و ۳)

۲۱۲- گزینهٔ «۲» *(آرمین ساعدپناه)*

«یتهامسنَ»: پچ‌پچ می‌کنند

(واژگان، صفحه‌های ۲ و ۳)

۲۱۳- گزینهٔ «۴» *(محمدرضا قائدامینی - اصفهان)*

«معبد المدینة الکبیر»: پرستشگاه بزرگ شهر (رد گزینه‌های ۲ و ۳) / «بدأ یکسِّرُ»: شروع به شکستن ... کرد (رد گزینه‌های ۱ و ۲) / «أصنامه»: بت‌هایش (رد گزینه‌های ۱ و ۳)

(ترجمه، صفحهٔ ۳)

۲۱۴- گزینهٔ «۳» *(محمدرضا سوری - نهاوند)*

«أرسِلَ ... الأنبیاءُ»: پیامبران فرستاده شدند (رد گزینه‌های ۱ و ۲) / «إلی النّاس»: به‌سوی مردم (رد گزینهٔ ۲) / «لِیُبَیِّنَ»: تا آشکار شود (رد گزینه‌های ۱ و ۴) / «لَهم»: برایشان (رد گزینه‌های ۱ و ۲) / «الصّراط المستقیم»: راه راست (رد گزینهٔ ۴)

(ترجمه، صفحهٔ ۲)

۲۱۵- گزینهٔ «۱» *(آرمین ساعدپناه)*

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۲»: «أساعد من یهدینی»: به کسی کمک می‌کنم که مرا هدایت کند

گزینهٔ «۳»: «خیر الحلول»: بهترین راه حل‌ها

گزینهٔ «۴»: «لکنّ المدیر لم یحضر»: اما مدیر حاضر نشد

(ترجمه، ترکیبی)

۲۱۶- گزینهٔ «۲» *(مهران سعیدنیا)*

«إنّه لا یَسمعُ و لایبصرُ»: قطعاً آن نمی‌شنود و نمی‌بیند!

(ترجمه، صفحهٔ ۳)

۲۱۷- گزینهٔ «۴» *(آرمین ساعدپناه)*

کلمهٔ «أکبر» در عبارت صورت سؤال نقش مضاف‌الیه را دارد نه صفت!

(محل اعرابی، صفحهٔ ۳)

۲۱۸- گزینهٔ «۲» *(آرمین ساعدپناه)*

«لا» در «لا طالبَ» نفی جنس است.

ترجمهٔ عبارت: «هیچ دانش‌آموزی در امتحانات مردود نیست.»

(قواعد، صفحه‌های ۷ و ۸)

۲۱۹- گزینهٔ «۲» *(محمدرضا سوری - نهاوند)*

«لعلَّ» در جملات برای بیان امید به‌کار می‌رود.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: «لیتَ» بیانگر آرزوست.

گزینهٔ «۳»: «أنَّ» دو جمله را به هم پیوند می‌دهد.

گزینهٔ «۴»: «لکنَّ» برای کامل کردن پیام و بر طرف کردن ابهام جملهٔ قبل از خودش است.

(قواعد، صفحه‌های ۵ و ۶)

۲۲۰- گزینهٔ «۲» *(آرمین ساعدپناه)*

«لا» در «لا یَحسب (نباید گمان کند)»، از نوع نهی است.

(قواعد، ترکیبی)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۲۲۱- گزینهٔ «۲» *(آرمین ساعدپناه)*

ترجمهٔ کلمات: (به ترتیب)

الف) عبادت، نماز، بیهوده، حج

ب) بدتر (بدترین)، آبی، ثروتمندتر (ثروتمندترین)، بزرگ‌تر (بزرگ‌ترین)

(واژگان، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه‌های ۲ و ۸ کتاب درسی)

۲۲۲- گزینهٔ «۳» *(حمیدرضا قائدامینی - اصفهان)*

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: «إرضاء»: خشنود ساختن

گزینهٔ «۲»: «عُلِّق» فعل ماضی مجهول به معنای «آویخته شد» است.

گزینهٔ «۴»: «لا تُحمِّلْ»: تحمیل نکن

(واژگان، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه‌های ۲، ۳، ۶ و ۹ کتاب درسی)

۲۲۳- گزینهٔ «۱» *(مهران سعیدنیا)*

«إنّ الله یُحبُّ»: بی‌گمان خداوند دوست دارد (رد گزینه‌های ۲ و ۴) / «الّذینَ»: کسانی که (رد گزینهٔ ۲) / «یقاتلون فی سبیله»: در راهش می‌جنگند (رد گزینه‌های ۳ و ۴) / «کأنّهم بنیانٌ مرصوصٌ»: گویی آن‌ها ساختمانی استوار هستند (رد سایر گزینه‌ها)

(ترجمه، تمرین، صفحهٔ ۷ کتاب درسی)

۲۲۴- گزینهٔ «۱» *(آرمین ساعدپناه)*

«لیت أستطیع»: کاش بتوانم (رد گزینه‌های ۲ و ۴) / «صدیقی»: دوستم (رد گزینه‌های ۲ و ۳) / «أرشِده»: او را راهنمایی کنم (رد سایر گزینه‌ها) / «الصّراط المستقیم»: راه راست (رد گزینهٔ ۴)

(ترجمه، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحهٔ ۲ کتاب درسی)

۲۲۵- گزینهٔ «۴» *(محمدرضا سوری - نهاوند)*

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: «الحضارات الّتی»: تمدن‌هایی که

گزینهٔ «۲»: «لا شعبَ مِن شعوب الأرض»: هیچ ملتی از ملت‌های زمین نیست

گزینهٔ «۳»: «إنّما یقصدُ ابراهیمُ الإستهزاء بِأصْنامنا: ابراهیم فقط می‌خواهد بت‌هایمان را مسخره کند»

(ترجمه، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه‌های ۲ و ۳ کتاب درسی)

۲۲۶- گزینهٔ «۳» *(افشین کرمیان‌فرد)*

ترجمهٔ صحیح: «بی‌گمان ما قرآن را به زبان عربی قرار دادیم امید است شما خردورزی کنید.»

(ترجمه، برگرفته از سؤال ۶ امتحان نهایی مرداد ۱۴۰۳، صفحه‌های ۵ و ۶ کتاب درسی)

۲۲۷- گزینهٔ «۳» *(آرمین ساعدپناه)*

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: «سوزانده شد» صحیح است.

گزینهٔ «۲»: «نباید بسوزانند» صحیح است.

گزینهٔ «۴»: «خواهی سوزاند» صحیح است.

(ترجمهٔ فعل، برگرفته از سؤال نهم امتحان نهایی دی ۱۴۰۳، صفحهٔ ۴ کتاب درسی)

۲۲۸- گزینهٔ «۲» *(حمیدرضا قائدامینی - اصفهان)*

«أنَّ» از حروف مشبهةبالفعل به معنای «که» است که برای ایجاد ارتباط میان دو جمله به کار می‌رود.

ترجمهٔ عبارت: «مردم گمان کردند که ابراهیم (ع) شکنندهٔ بُت‌هاست.»

(قواعد، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه‌های ۵ و ۶ کتاب درسی)

۲۲۹- گزینهٔ «۳» *(آرمین ساعدپناه)*

ترجمهٔ عبارت: «می‌خواهم به بازار بروم نه مدرسه.»

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: «لا» در «لا لباسَ»، «لا»ی نفی جنس است.

گزینهٔ «۲»: «لا» در «لا جهادَ»، «لا»ی نفی جنس است.

گزینهٔ «۴»: «لا» در «لا لاعبَ»، «لا»ی نفی جنس است.

(قواعد، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه‌های ۷ و ۸ کتاب درسی)

۲۳۰- گزینهٔ «۱» *(آرمین ساعدپناه)*

حرف مشبهةبالفعل «لکنّ» برای بر طرف کردن ابهام جملهٔ قبل از خود به کار می‌رود.

(قواعد، برگرفته از امتحانات مدارس، صفحه‌های ۵ و ۶ کتاب درسی)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

دین و زندگی (۳)

۲۳۱- گزینهٔ «۴» *(محسن بیاتی)*

اکنون اگر ما از رسول خدا (ص) چیزی درخواست کنیم، درخواست از جسم ایشان نیست، بلکه از حقیقت روحانی و معنوی ایشان است.

(درس ۲، صفحهٔ ۲۴)

۲۳۲- گزینهٔ «۳» *(میثم هاشمی)*

هر کدام از ما، بر اساس فطرت خویش، خدا را می‌یابیم و حضورش را درک می‌کنیم (درستی گزینهٔ «۱»). به روشنی می‌دانیم در جهانی زندگی می‌کنیم که آفریننده‌ای حکیم آن را هدایت و پشتیبانی می‌کند و به موجودات مدد می‌رساند (درستی گزینهٔ «۲»). با وجود این شناخت اولیه، قرآن کریم ما را به معرفت عمیق‌تر دربارهٔ خداوند فرامی‌خواند و راه‌های گوناگونی را برای درک وجود او و نیز شناخت صفات و افعال او به ما نشان می‌دهد (نادرستی گزینهٔ «۳»). یکی از این راه‌ها، تفکر دربارهٔ نیازمند بودن جهان در پیدایش خود، به آفریننده است (درستی گزینهٔ «۴»).

(درس ۱، صفحهٔ ۷)

۲۳۳- گزینهٔ «۳» *(فرزین سماقی)*

آگاهی، سرچشمهٔ بندگی است. انسان‌های ناآگاه نسبت به نیاز دائمی انسان به خداوند، بی‌توجه‌اند.

(درس ۱، صفحهٔ ۱۰)

۲۳۴- گزینهٔ «۳» *(میثم هاشمی)*

مقصود از نیاز دائمی انسان به خداوند، وابستگی به او در تمام مراحل هستی است. خداوند در این مورد می‌فرماید: «یسأله من فی السماوات و الارض کل یوم هو فی شأن: هرآنچه در آسمان‌ها و زمین است، پیوسته از او درخواست می‌کند. او همواره دست‌اندرکار امری است.».

(درس ۱، صفحهٔ ۱۰)

۲۳۵- گزینهٔ «۱» *(فرزین سماقی)*

هر موجودی در حد خودش، تجلی خداوند و نشانگر حکمت، قدرت، رحمت و سایر اوصاف الهی است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۲»: اینکه انسان بتواند با هر چیزی خدا را ببیند، هدفی قابل دسترس برای همه است و نه فقط برای جوانان و نوجوانان.

گزینهٔ «۳»: ذات و چیستی خداوند برای انسان قابل دست‌یابی نیست.

گزینهٔ «۴»: تفکر در ذات و چیستی خداوند، ممنوع ولی تفکر در افعال و صفات او مورد تشویق است.

(درس ۱، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۲۳۶- گزینهٔ «۴» *(مرتضی محسنی‌کبیر)*

مالکیت خداوند از خالقیت خداوند سرچشمه می‌گیرد؛ یعنی نتیجهٔ خالقیت اوست. ولایت خداوند از مالکیت حقیقی خداوند سرچشمه می‌گیرد.

(درس ۲، صفحهٔ ۱۹)

۲۳۷- گزینهٔ «۱» *(مرتضی محسنی‌کبیر)*

پس از پذیرش و قبول بی‌شریک و بی‌همتا بودن خداوند متعال در هستی‌بخشی به جهان، یعنی توحید در خالقیت، مرتبهٔ توحید در مالکیت مطرح می‌گردد که در آیهٔ «و لله ما فی السّماوات و ما فی الارض: آنچه در آسمان‌ها و زمین است، از آن خداست.» تجلّی دارد و عدم اعتقاد به آن، شرک در مالکیت را به دنبال دارد.

(درس ۲، صفحه‌های ۱۹ و ۲۱)

۲۳۸- گزینهٔ «۳» *(مرتضی محسنی‌کبیر)*

هدایتگری خداوند اشاره به توحید در ربوبیت دارد. اوست که جهان را اداره می‌کند و آن را به سوی مقصدی که برایش معین فرموده هدایت می‌کند و به پیش می‌برد. هستی‌بخشی خداوند اشاره به توحید در خالقیت دارد. او تنها مبدأ و خالق و هستی‌بخش جهان است.

(درس ۲، صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۲۳۹- گزینهٔ «۲» *(محسن بیاتی)*

موارد «الف»، «ب» و «ج» ارتباط مناسبی دارد.

بررسی نادرستی مورد «د»:

این‌که خدا آفرینندهٔ هر چیزی است، در آیهٔ «قل الله خالق کل شیء: بگو خدا آفرینندهٔ هر چیزی است.» ذکر شده است.

(درس ۲، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۲۴۰- گزینهٔ «۳» *(محسن بیاتی)*

موارد «الف» و «ج» موجب گرفتاری فرد به شرک در ربوبیّت می‌شود. موارد «ب» و «د» عین توحید در ربوبیّت است.

(درس ۲، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

زبان انگلیسی ۳

۲۴۱- گزینهٔ «۳» *(آرمین رمضانی)*

ترجمهٔ جمله: «یک زمین بازی جدید توسط شورای محلی در پارک ساخته شد تا بچه‌های بیشتری را جذب کند.»

نکتهٔ مهم درسی:

با توجه به اینکه کلمهٔ "playground" در اصل نقش مفعول جمله را بازی می‌کند، باید از شکل مجهول استفاده کنیم (رد گزینه‌های «۱ و ۴»). از طرفی با توجه به مفرد بودن "playground" باید از فعل مفرد استفاده کنیم (رد گزینهٔ «۲»).

(گرامر)

۲۴۲- گزینهٔ «۳» *(آرمین رمضانی)*

ترجمهٔ جمله: «هر روز صبح زود، خیابان‌ها توسط رفتگران به‌طور کامل تمیز می‌شوند.»

نکتهٔ مهم درسی:

با توجه به قید "every day" در معنی «هر روز» باید از زمان حال ساده استفاده کنیم (رد سایر گزینه‌ها).

(گرامر)

۲۴۳- گزینهٔ «۱» *(آرمین رمضانی)*

ترجمهٔ جمله: «جهت بهبود شرایط یادگیری، اخیراً تعدادی کامپیوتر جدید در تمام کلاس‌ها نصب شده‌اند.»

نکتهٔ مهم درسی:

با توجه به حضور قیدِ "lately" در معنی «اخیراً، به‌تازگی» باید از زمان حال کامل استفاده کنیم (رد گزینهٔ «۳»). از طرفی کلمهٔ "computers" در اصل مفعول جمله به حساب می‌آید، بنابراین نمی‌توانیم از شکل معلوم فعل استفاده کنیم (رد گزینهٔ «۲»). در نهایت، با توجه به جمع بودن اسم "computers" باید از فعل متناسب با آن یعنی "have" استفاده کنیم (رد گزینهٔ «۴»).

(گرامر)

۲۴۴- گزینهٔ «۲» *(رحمت‌اله استیری)*

ترجمهٔ جمله: «دانشمندان سراسر جهان سخت کار می‌کنند تا داروهای جدیدی کشف کنند که بتوانند سرطان را به‌طور کامل درمان کنند.»

۱) پرورش دادن، توسعه دادن
۲) درمان کردن
۳) اختراع کردن
۴) اشاره کردن، ذکر کردن

(واژگان)

۲۴۵- گزینهٔ «۱» *(بیتا قربان‌پور)*

ترجمهٔ جمله: «پس از شنیدن خبر غم‌انگیز بیماری حیوان خانگی‌اش، دخترک نتوانست آرام بماند و ناگهان زیر گریه زد.»

۱) ترکیدن (زیر گریه زدن)
۲) تولید کردن
۳) فروگذاشتن، چشم‌پوشی کردن
۴) حس کردن

نکتهٔ مهم درسی:

به ترکیب واژگانی "burst into tears" به‌معنای «زدن زیر گریه» دقت کنید.

(واژگان)

۲۴۶- گزینهٔ «۴» *(بیتا قربان‌پور)*

ترجمهٔ جمله: «دانش‌آموزان در آزمایشگاه روی یک آزمایش علمی با هم کار کردند تا کشف کنند گیاهان چگونه در شرایط مختلف سریع‌تر رشد می‌کنند.»

۱) دفتر خاطرات
۲) راهبرد
۳) محصول
۴) آزمایش

(واژگان)

ترجمهٔ متن درک مطلب:

امروزه در بسیاری از مدارس، دانش‌آموزان علوم و ریاضیات را به زبان انگلیسی می‌آموزند، حتی اگر انگلیسی زبان اول آن‌ها نباشد. این روش به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا مفاهیم جدید را در این دروس مهم بیاموزند و در عین حال، مهارت‌های انگلیسی خود را نیز بهبود بخشند.

یادگیری دروس علوم به زبان انگلیسی چندین مزیت دارد. اولاً، بسیاری از کتاب‌ها و مقالات علمی به زبان انگلیسی نوشته شده‌اند. اگر دانش‌آموزان انگلیسی بلد باشند، می‌توانند این مطالب را به‌راحتی بفهمند و استفاده کنند. دوماً، وقتی دانش‌آموزان علوم را به زبان انگلیسی مطالعه می‌کنند، کلمات مهمی را یاد می‌گیرند که به آن‌ها کمک می‌کند تا در مورد موضوعات علمی به‌وضوح صحبت کنند. این می‌تواند به دانش‌آموزانی که می‌خواهند در آینده در کشورهای دیگر درس بخوانند یا کار کنند، کمک کند. همچنین، مطالعهٔ علوم به زبان انگلیسی دانش‌آموزان را تشویق می‌کند تا با هم کار کنند و ایده‌های خود را به‌روشنی بیان کنند.

با این حال، استفاده از این روش گاهی اوقات می‌تواند دشوار باشد. ممکن است برخی از دانش‌آموزان به دلیل مهارت‌های انگلیسی محدود خود، درک مفاهیم علمی را سخت بیابند. معلمان نیز ممکن است با مشکلاتی روبرو شوند اگر سطح انگلیسی خودشان به اندازهٔ کافی خوب نباشد. بنابراین، مدارس باید با ارائهٔ آموزش‌های اضافی و کمک‌های زبانی، از معلمان و دانش‌آموزان حمایت کنند.

در پایان، یادگیری علوم و ریاضی به زبان انگلیسی می‌تواند مزایای زیادی برای دانش‌آموزان داشته باشد. با حمایت مناسب از سوی مدارس و معلمان، دانش‌آموزان می‌توانند هم دروس مهم و هم مهارت‌های زبانی را به‌خوبی برای آیندهٔ خود بیاموزند.

۲۴۷- گزینهٔ «۳» *(محمدمهدی رغلاوی)*

ترجمهٔ جمله: «موضوع اصلی متن چیست؟»

«آموزش علوم و ریاضی به زبان انگلیسی»

(درک مطلب)

۲۴۸- گزینهٔ «۴» *(محمدمهدی رغلاوی)*

ترجمهٔ جمله: «براساس متن، کدام‌یک از موارد زیر جزء مزایای مطالعهٔ علوم به زبان انگلیسی نیست؟»

«دانش‌آموزان می‌توانند به‌راحتی با خارجی‌ها دوست شوند.»

(درک مطلب)

۲۴۹- گزینهٔ «۱» *(محمدمهدی رغلاوی)*

ترجمهٔ جمله: «کلمهٔ "them" در پاراگراف «۲» به چه چیزی اشاره دارد؟»

«دانش‌آموزان (students)»

(درک مطلب)

۲۵۰- گزینهٔ «۴» *(محمدمهدی رغلاوی)*

ترجمهٔ جمله: «در مورد یادگیری علوم به زبان انگلیسی چه چیزی می‌توان از متن استنباط کرد؟»

«این کار به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا برای آینده آماده شوند.»

(درک مطلب)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد
(دورهٔ دوم)
۲ آبان

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

مسئول آزمون	حمید لنجان‌زاده اصفهانی
مسئول دفترچه	حامد کریمی
ویراستار	امیرحسین افجه، امیرعلی حسینی‌زاده
مدیر گروه مستندسازی	محیا اصغری
مسئول درس مستندسازی	علیرضا همایون‌خواه
طراحان	حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، امیرحسین افجه، علی کریمی فرع، فرزاد شیرمحمدلی، رامتین شمشکی
حروف‌چینی و صفحه‌آرایی	معصومه روحانیان
ناظر چاپ	حمید عباسی

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

استعدادتحلیلی

۲۵۱- گزینهٔ «۱» *(حامد کریمی)*

غایت: هدف نهایی

(معنای واژگان، هوش کلامی)

۲۵۲- گزینهٔ «۳» *(حامد کریمی)*

در متن از موجودیتی می‌خوانیم که قرار است نه تنها جهانی را ادراک کند، بلکه فعالانه در ساختن آن جهان مشارکت ورزد.

(درک متن، هوش کلامی)

۲۵۳- گزینهٔ «۳» *(حامد کریمی)*

در نادرستی دیگر گزینه‌ها، دقّت کنید متن ننوشته است که نمی‌توان برای شناخت خود و جهان پیرامون خود هدفی نهایی قائل شد. هچنین شناخت «خود» را کم‌اهمیّت ندانسته است. در نهایت طبق متن در دنیای جدید آموزش، گذشتن از تقلید به ابداع داریم و نه برعکس.

(درک متن، هوش کلامی)

۲۵۴- گزینهٔ «۳» *(حمید اصفهانی)*

متن درباره‌ی اهمیّت چاپ و تحوّلاتی است که در ادبیّات عام داشته است. معیار قضاوت رمان و قصّه، چگونگی انتقال ادبیّات از خواص به عوام و تأثیر گسترش سواد عوام بر خواص در متن نیست.

(درک متن، هوش کلامی)

۲۵۵- گزینهٔ «۱» *(حمید اصفهانی)*

«تعلیم» یعنی یاددادن و کار «معلِّم» است. «تعلّم» یعنی یادگرفتن که کار دانش‌آموز است.

(روابط بین واژگان، هوش کلامی)

۲۵۶- گزینهٔ «۴» *(حمید اصفهانی)*

با حروف به‌هم‌ریخته‌ی صورت سؤال، واژه‌های «گوسفند ـ بره» ساخته می‌شود که رابطه‌ی بین این دو واژه، به رابطه‌ی بین واژه‌های «گوساله ـ گاو» شبیه‌تر است.

(روابط بین واژگان، هوش کلامی)

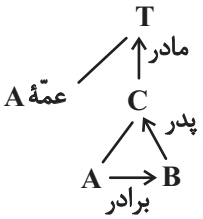
۲۵۷- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

تعداد نقاط و تعداد حروف کلمات صورت سؤال، یکی یکی بیشتر می‌شود. همچنین حرف پایانی هر کلمه، حرف نخست کلمه‌ی بعد است. پس کلمه‌ای به جای علامت سؤال قرار می‌گیرد که شش‌حرفی و چهارنقطه‌ای است و با حرف «ی» شروع می‌شود، که فقط گزینه‌ی «۲» این ویژگی‌ها را دارد.

(روابط بین واژگان، هوش کلامی)

۲۵۸- گزینهٔ «۲» *(فرزاد شیرممدلی)*

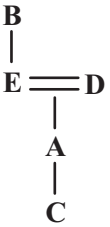
طبق نمودار زیر، معلوم است که عمهٔ A، دختر T است.



(نسبت‌های خانوادگی، هوش منطقی ریاضی)

۲۵۹- گزینهٔ «۳» *(حمید کنعی)*

طبق نمودار زیر، معلوم است که C نتیجهٔ B است:



(نسبت‌های خانوادگی، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۰- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین اخیه)*

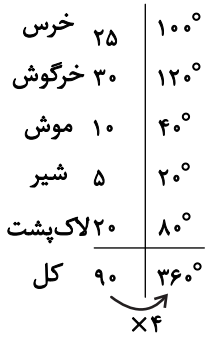
می‌دانیم: لیلا > ناهید > پریسا / لیلا > فریبا / الهام > فریبا

پس بزرگ‌ترین فرد، یا لیلاست یا الهام. اگر نسبت بین این دو معلوم شود، بزرگ‌ترین فرد معلوم می‌شود.

(منطق، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۱- گزینهٔ «۳» *(علی کریمی فرع)*

تعداد هر عروسک، زاویهٔ آن را در نمودار معلوم می‌کند:



(نمودار، هوش منطقی ریاضی)

---

www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud

۲۶۲- گزینهٔ «۲» *(رامتین شمشکی)*

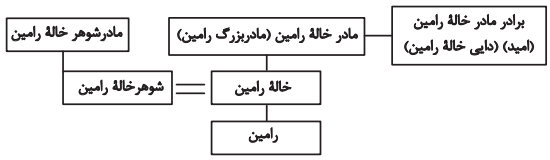
شخص عراقی قطعاً آبی پوشیده است و شخص آخر نیست. شخص سوم هم فلسطینی است و سوری از عراقی جلوتر است. پس جایگاه‌ها و رنگ‌ها معلوم است:

۱	۲	۳	۴
سوری	عراقی	فلسطین	لبنانی
سبز	آبی	قرمز	زرد

(منطق، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۳- گزینهٔ «۴» *(کتاب منظومهٔ هوش)*

مادرِ خالهٔ رامین، مادربزرگ رامین است. نام برادرِ او در این سؤال، امید است. عروسِ مادرِ شوهرخالهٔ رامین، همان خالهٔ اوست. امید هم دایی خالهٔ رامین است:



(روابط خانوادگی، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۴- گزینهٔ «۲» *(کتاب منظومهٔ هوش)*

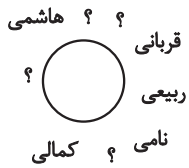
جایگاه‌ها را رسم می‌کنیم. دو فرد کنار ربیعی معلومند. یکی از حالت‌های شکل زیر است:

قربانی

ربیعی

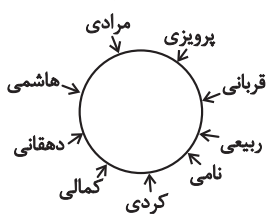
نامی

و همچنین می‌دانیم بین کمالی و نامی فقط یک نفر هست و بین قربانی و هاشمی دقیقاً دو نفر، یک نفر باقی می‌ماند که آن هم بین هاشمی و کمالی است:



مرادی کنار پرویزی است، پس این دو بین قربانی و هاشمی نشسته‌اند. از طرفی هاشمی کنار دهقانی هم هست، پس دهقانی در سمت دیگر هاشمی و کنار کمالی است. کردی نیز کنار کمالی است، پس سمت دیگر اوست.

مرادی نیز سمت راست پرویزی است.



پس بین دهقانی و کردی یک نفر، بین پرویزی و نامی دو نفر و بین مرادی و نامی سه نفر نشسته‌اند. همچنین بین کمالی و دهقانی نیز کسی ننشسته است. دقت کنید در حالت دیگر، هاشمی کنار پرویزی قرار می‌گیرد.

(منطق، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۵- گزینهٔ «۲» *(کتاب منظومهٔ هوش)*

هاشمی روبه‌روی ربیعی و نامی است و فاصلهٔ این دو تن تا هاشمی، از فاصلهٔ دیگران تا هاشمی، بیشتر است.

(منطق، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۶- گزینهٔ «۳» *(فاطمه راسخ)*

تصویر در آینه وارونِ جانبی است. هر چه سمتِ راست شکل است، در تصویر در سمتِ چپِ شکل قرار می‌گیرد و برعکس.

(قرینه‌یابی، هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینهٔ «۱» *(فرزاد شیرممدلی)*

شکل گزینهٔ «۱»، محور تقارن عمودی دارد و دیگر شکل‌ها، خیر. دیگر شکل‌ها، مرکز تقارن دارند.

(شکل متفاوت، هوش غیرکلامی)

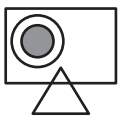
۲۶۸- گزینهٔ «۲» *(فاطمه راسخ)*

به‌جز شکل گزینهٔ «۲»، همهٔ شکل‌ها از دوران یکدیگر به‌دست می‌آیند.

(شکل متفاوت، هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینهٔ «۲» *(فاطمه راسخ)*

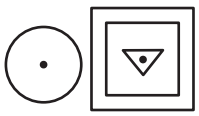
در شکل صورت سؤال، نقطه در قسمت مشترک دو دایره، درونِ مستطیل و خارج از مثلث قرار دارد، در بین گزینه‌ها این ناحیه تنها در گزینهٔ «۲» هست.



(جایگاه شکل‌ها، هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینهٔ «۲» *(حمید کنعی)*

یکی از نقطه‌ها در شکل صورت سؤال، درون دو مربع و درون مثلث و خارج از دایره قرار دارد. این فضا فقط در گزینهٔ «۲» هست. نقطهٔ دیگر، تنها درون دایره است.



(جایگاه شکل‌ها، هوش غیرکلامی)

سنجش کلاد
www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshCloud